ČESKÁ SPOLEČNOST PRO JAKOST
Novotného lávka 5, 116 68 Praha 1

PROKAZOVÁNÍ A OVĚŘOVÁNÍ SPOLEHLIVOSTI

**Materiály z XVIII. setkání
odborné skupiny pro spolehlivost**

Praha, únor 2005

OBSAH

STANOVENÍ ROZSAHU ZKOUŠKY BEZPORUCHOVOSTI

Prof. Ing. Zdeněk VINTR, CSc.
Fakulta vojenských technologií Univerzity obrany

1 Úvod

Při zabezpečování spolehlivosti výrobků mají zkoušky spolehlivosti nezastupitelné místo, protože právě jejich prostřednictvím se ověřuje, zda byly požadavky na spolehlivost specifikované v ranných etapách života výrobku splněny, případně se jejich prostřednictvím zjišťuje jaké úrovně spolehlivosti bylo u výrobku dosaženo.

Zejména v posledním období se i v podmínkách českého průmyslu stále častěji můžeme setkat s tím, že se jasně specifikované požadavky na spolehlivost stávají nedílnou součástí uzavíraných obchodních smluv. Logicky je potom vyžadováno, aby splnění smluvně stanovených požadavků na spolehlivost bylo také odpovídajícími zkouškami prokázáno. Běžně se také požaduje, aby takový průkaz byl proveden s určitou předem stanovenou konfidencí.

Realizovat takový úkol, tj. prokázat splnění či nesplnění určitého ukazatele na předem dané úrovni konfidence dnes nepředstavuje žádný zásadní problém. Existuje celá řada postupů a metod, které jsou většinou i standardizovány a které umožňují za jasně definovaných podmínek zkoušky spolehlivosti realizovat a věcně správně vyhodnotit.

Poměrně často se však v praxi můžeme setkat s případy, kdy rozsah (podmínky) zkoušky (doba zkoušky, počet zkoušených výrobků, požadovaná úroveň konfidence, …) je stanoven bez ohledu na charakter testovaných vlastností, což ztěžuje, případně znemožňuje reálné ověření toho, zda výrobek splňuje stanovené požadavky na spolehlivost.

Tento příspěvek proto chce upozornit na některé problémy související se správným specifikováním rozsahu zkoušky a naznačit možné způsoby jejich řešení.

V zhledem k omezenému rozsahu příspěvku je dále pozornost věnována pouze problematice ověřování bezporuchovosti, jako jedné ze subvlastností spolehlivosti. Uvedené závěry však lze přiměřeně aplikovat i v oblasti zkoušek jiných subvlastností spolehlivosti.

Dále se výklad omezí na případy, kdy sledovaná náhodná proměnná (doba do poruchy, doba mezi poruchami, …) má exponenciální rozdělení. Všechny dále uváděné závěry a doporučení však lze přiměřeně aplikovat i v případě jiných typů rozdělení.

2 Rozsah zkoušky

2.1 Význam pojmu rozsah zkoušky

V souvislosti se zkouškami bezporuchovosti a jejich správným vyhodnocením je nutné zvažovat i pojem „rozsah zkoušky“. Rozsahem zkoušky přitom rozumíme soubor parametrů, který charakterizuje průběh zkoušky ve vztahu ke konfidenční úroveni výsledků jejího vyhodnocení.

Rozsah zkoušky je obecně charakterizován souborem následujících údajů:

τ - doba trvání zkoušky v reálném čase („na hodinkách“);

T - ekvivalentní (kumulovaná) doba trvání zkoušky;

n - počet zkoušených výrobků v souboru (ve vzorku);

r - počet poruch vzniklých na souboru n výrobků během zkoušky;

c - požadovaná konfidenční úroveň vyhodnocení zkoušky.

Rozsah zkoušky, tj. konkrétní hodnoty jednotlivých veličin musí být stanoveny s ohledem na konkrétní hodnoty ukazatelů bezporuchovosti, které mají být ve zkoušce prokázány.

Vzájemné vazby jednotlivých parametrů charakterizujících rozsah zkoušky jsou dány výpočtovými vztahy pro intervalové odhady ukazatelů bezporuchovosti za předpokladu konstantní intenzity poruch (exponenciální rozdělení). Dále budou demonstrovány pouze výpočtové vztahy pro jednostranné intervalové odhady, které jsou v praxi nejčastěji používány [1]. Pro horní mez konfidenčního intervalu intenzity poruch platí:

$$\lambda \leq \frac{\chi_c^2(\nu)}{2 \cdot T} \tag{1}$$

a pro dolní mez konfidenčního intervalu střední doby mezi poruchami (do poruchy) platí:

$$m \geq \frac{2 \cdot T}{\chi_c^2(\nu)} \tag{2}$$

Kde: $\chi_c^2(\nu)$ - hodnota rozdělení χ^2 pro ν stupňů volnosti na úrovni konfidence c. Hodnota χ^2 je tabelizována. Příklad hodnot rozdělení pro úroveň konfidence 90% je uveden v tabulce 1.

$\nu = 2\ (r+1)$ – pro cenzurované soubory;

$\nu = 2\ r$ – pro úplné soubory (všechny doby provozu jsou ukončeny poruchou).

m – představuje symbolické označení vyhodnocovaného ukazatele a to buď střední doby do poruchy MTTF nebo střední doby mezi poruchami MTBF.

Tabulka 1. Hodnoty rozdělení χ^2 pro úroveň konfidence $c = 0,9$

Stupně volnosti ν	2	4	6	8	10
$\chi_{0,9}^2(\nu)$	4,61	7,78	10,65	13,36	15,98

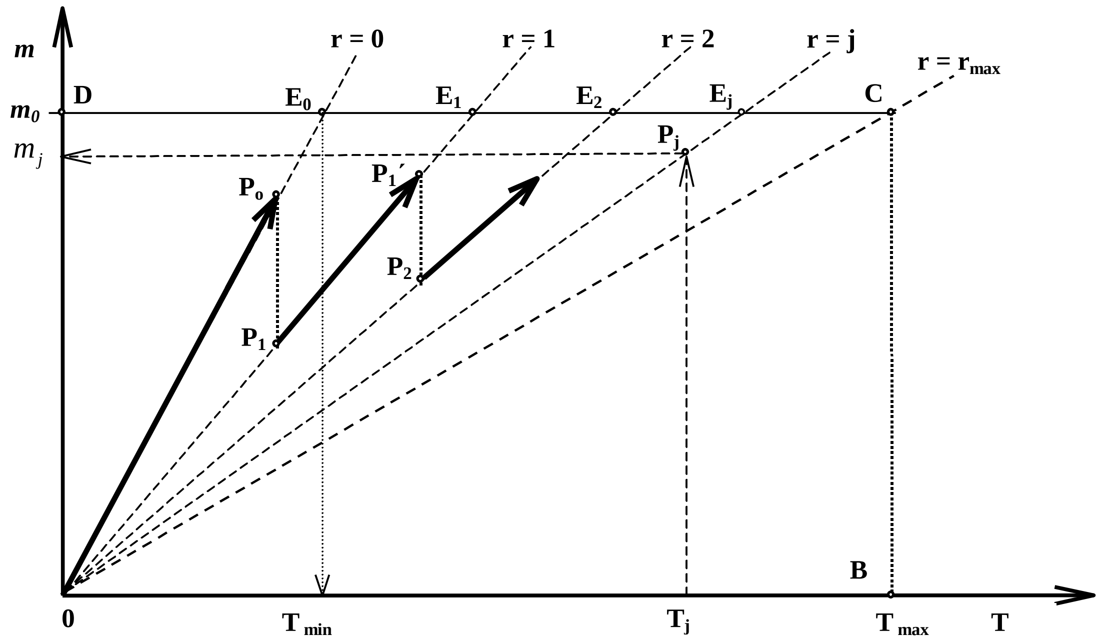
2.2 Diagram pro znázornění průběhu zkoušky bezporuchovosti

Velice názorně lze vyjádřit vztahy mezi základními veličinami ovlivňujícími rozsah zkoušky s využitím tzv. „regulačního diagramu zkoušky“, který je sestrojen na základě vztahu (2).

Na vodorovnou osu diagramu se vynáší ekvivalentní doba zkoušky a na svislou osu prokázaná hodnota ukazatele bezporuchovosti m. Do diagramu se postupně vynesou přímky vyjadřující závislost prokázané hodnoty sledovaného ukazatele m na ekvivalentní době zkoušky T, která je vyjádřena vztahem (2), a to pro jednotlivé hodnoty parametru r (počet poruch). Diagram je sestrojen pro jednu zvolenou konfidenční úroveň *c*. Průběh zkoušky je v daném případě vymezen těmito okrajovými veličinami:

- maximální disponibilní dobou pro zkoušku T_{max} (na vodorovné ose);
- velikostí požadovaného ukazatele bezporuchovosti m_0 (na svislé ose).

Skutečná zkouška pak probíhá za podmínek, které vyplývají z obr. 1 a jsou popsány dále.



Obr. 1 Regulační diagram zkoušky

Zkouška je zahájena v čase T = 0 a od tohoto okamžiku se postupně vynáší údaje o vzniklých poruchách do připraveného diagramu. Okamžitá hodnota doby trvání zkoušky T na vodorovné ose v diagramu a její průsečík s přímkou, odpovídající počtu dosud vzniklých poruch r = 0, 1, 2,… udává bod P_j, který definuje hodnotu právě prokázané úrovně ukazatele spolehlivosti m_j. Zkouška končí dosažením některého z bodů E_j, případně dosažením bodu C.

Přímka znázorňující zkoušku, která probíhá bez poruchy (r = 0), musí protínat úsečku DC v bodě E_0 ležícím nalevo od bodu C. Jinak by zkouška neměla smysl, protože by nedošlo v rámci zadaného rozsahu zkoušky T_{max} k ověření požadovaného ukazatele m_0 ani při bezporuchové zkoušce.

Pokud zkouška probíhá bez poruchy, může být ukončena již v bodě E_0 protože v bodě E_0 došlo k ověření požadované hodnoty m_0. Pokud v průběhu zkoušky nastanou poruchy, přechází se postupně z přímky r = 0 na přímku r = 1 při první poruše (body P_0 - P_1), z r = 1 na r = 2 při druhé poruše atd., až nejvýše na přímku procházející bodem C a reprezentující maximální přípustný počet poruch v rámci vymezených podmínek zkoušky. Do té doby je buď :

- protnuta úsečka CD v bodě E_j (j = 1, 2,… r = r_{max}) a zadaný parametr je ověřen a zkouška může být ukončena v plánovaném čase, nebo
- je překročen maximální přípustný počet poruch a je nutné buď prodloužit dobu trvání zkoušky, nebo snížit konfidenční úroveň stanovenou k prokázání příslušného ukazatele.

Na tomto místě je nutné zdůraznit, že ekvivalentní doba zkoušky T ve výrazu (1) resp. (2) nepředstavuje dobu trvání zkoušky měřenou na „hodinkách“, ale představuje celkovou kumulativní dobu zkoušky (součet dob provozu všech zkoušených výrobků), která je závislá na počtu zkoušených výrobků, a použitém plánu zkoušky.

3 Ekvivalentní doba zkoušky

3.1 Plány zkoušek spolehlivosti

Průběh zkoušky je charakterizován tzv. zkušebním plánem, který představuje soubor pravidel kodifikujících způsob provedení zkoušky.

Vyjadřuje rozsah zkušebního vzorku, způsob provedení náhrady nebo opravy porušeného výrobku v průběhu zkoušky a způsob ukončení celé zkoušky. Symbolicky se zapisují ve tvaru uspořádané trojice symbolů [n, (U nebo R nebo M), (r_0 nebo τ_0)]. První symbol n vyjadřuje počet výrobků, který byl do zkoušky nasazen. Druhý symbol charakterizuje činnost po vniku poruchy:

- U – výrobek je po poruše vyřazen ze zkoušky a není nahrazen jiným výrobkem;
- R – výrobek se po poruše nahrazuje novým výrobkem;
- M – výrobek se po poruše opravuje a vrací do zkoušky.

Poslední symbol charakterizuje způsob ukončení zkoušky:

- r_0 – vyjadřuje počet poruch během zkoušky. V okamžiku r_0-té poruchy zkouška končí;
- τ_0 – vyjadřuje dobu trvání zkoušky. V okamžiku kdy je dosaženo času τ_0 zkouška končí.

Každá zkouška se realizuje s určitým omezeným počtem výrobků n. Zkouška končí buď po poruše všech zkoušených výrobků, nebo po určité době trvání zkoušky τ_0 nebo po vzniku určitého počtu poruch r_0. V zásadě lze zkušební plány rozdělit podle charakteru získaného souboru údajů ze zkoušky do čtyř základních skupin.

<u>Výsledky zkoušky tvoří úplný soubor</u>

Do této skupiny patří případy, kdy v průběhu zkoušky dojde u všech zkoušených výrobků k poruše a výrobky po poruše nejsou nahrazovány ani opravovány. Formálně se tyto plány označují [n, U, n].

<u>Výsledky zkoušky tvoří soubor cenzurovaný počtem poruch</u>

Jde o tak zvané r - plány. Do zkoušky je zařazeno n stejných výrobků. Zkouška končí po nastoupení předem daného počtu poruch r_0. Přitom porušené prvky se v průběhu zkoušky buď nahrazují novými [n, R, r_0] nebo nenahrazují [n, U, r_0] nebo se opravují [n, M, r_0]. Náhodnou veličinou je tady doba trvání zkoušky τ. Souborům údajů, které získáme pomocí těchto zkušebních plánů se někdy říká cenzurované soubory I. typu (cenzurované počtem poruch).

<u>Výsledky zkoušky tvoří soubor cenzurovaný časem</u>

Jde o tak zvané t – plány. Do zkoušky je zařazeno n stejných výrobků. Zkouška končí po uplynutí předem dané doby zkoušení τ_0. Porušené prvky se v průběhu zkoušky buď nahrazují novými (stejnými) [n, R, τ_0] nebo se nenahrazují [n, U, τ_0] nebo se po poruše opravují [n, M, τ_0]. Náhodnou veličinou je zde počet poruch r, které nastanou v průběhu zkoušky. Souborům údajů, které získáme pomocí těchto typů zkušebních plánů se někdy říká cenzurované soubory II.typu (cenzurované dobou trvání zkoušky).

Výsledky zkoušky tvoří progresivně cenzurovaný soubor

Jsou to smíšené plány typu [n, R, r_0] a [n, M, τ_0] cenzurované náhodně počtem poruch nebo dobou zkoušky. Vyznačují se tím, že zkoušky podle těchto plánů poskytují soubory údajů (intervalů dob do poruchy) různé délky a různého typu ukončení. Jedna podskupina všech zjištěných intervalů je ukončena poruchou, druhá dobou pozorování (bez poruchy). Tyto typy souborů se nazývají progresivně cenzurované soubory.

Věcně správná analýza uvedených typů souborů naměřených údajů je velmi důležitá pro volbu správného postupu výpočtu ukazatelů spolehlivosti.

3.2 Určení ekvivalentní doby zkoušky

Pro praktický výpočet ukazatelů spolehlivosti z výsledků zkoušek je nutná znalost tzv. ekvivalentní doby zkoušky. Při jejím určování musíme rozlišovat dva případy :

- zkoušky v jejichž průběhu k poruchám nedojde (bezporuchová zkouška);
- zkoušky v jejichž průběhu k poruchám dojde (zkouška s poruchami prvků).

Zde je třeba upozornit na skutečnost, že dále uváděné vztahy umožňují nejen výpočet ekvivalentní doby zkoušky, ale také definují vztah mezi skutečnou dobou zkoušky (měřenou na hodinkách) a ekvivalentní dobou zkoušky, která reprezentuje součet dob provozu odpracovaných všemi výrobky během zkoušky.

Bezporuchová zkouška

Takováto zkouška přichází do úvahy pouze v případě zkušebního plánu omezeného časem zkoušky [n, U, τ_0], kdy do okamžiku ukončení zkoušky, tj. během doby τ_0 nedojde k žádné poruše. Ekvivalentní (kumulativní) doba zkoušky v tomto případě bude :

$$T = n \cdot \tau_0 \qquad (3)$$

Zkouška s poruchami - neopravované výrobky

V tomto případě je nutno rozlišovat, kdy se po poruše výrobky nenahrazují a kdy se výrobky nahrazují novými (počet výrobků, které byly podrobeny zkoušce postupně narůstá) a dále pak zda je zkouška (délka zkoušky) omezena počtem poruch r_0 nebo dobou τ_0. Kombinací těchto možností vzniknou celkem čtyři možné typy zkoušek, pro něž je výpočet ekvivalentní doby zkoušky vždy jiný. Předpokládá se, že náhrada výrobku po poruše je provedena okamžitě (nedochází při ní k žádné časové ztrátě).

a) Plán [n, U, r_0] – výrobky se po poruše nemění, zkouška je ukončena až se objeví r_0-tá porucha, doba zkoušky je náhodná veličina. Ekvivalentní doba zkoušky :

$$T = \sum_{i=1}^{r_0} t_i + (n - r_0) \cdot \tau \qquad (4)$$

Kde : τ – doba zkoušky, tj. doba od počátku zkoušky do okamžiku vzniku r_0-té poruchy;

t_i – doba do poruchy i-tého prvku;

r_0 – stanovený počet poruch po kterých zkouška končí;

n – počet výrobků nasazených do zkoušky.

b) Plán [n, R, r_0] – výrobky jsou po poruše nahrazovány novými, zkouška je ukončena až se objeví r_0-tá porucha, doba zkoušky je náhodná veličina. Ekvivalentní doba zkoušky :

$$T_{oE} = n \cdot \tau \tag{5}$$

Počet výrobků potřebných pro zkoušku :

$$N = n + (r_0 - 1) \tag{6}$$

(r_0-tý výrobek se již nenahrazuje, zkouška končí)

c) Plán [n, U, τ_0] – výrobky se po poruše nemění, zkouška je ukončena po uplynutí doby τ_0, počet poruch je náhodná veličina. Ekvivalentní doba zkoušky:

$$T = \sum_{i=1}^{r} t_i + (n - r) \cdot \tau_0 \tag{7}$$

Kde : τ_0 – stanovená doba zkoušky.

d) Plán [n, R, τ_0] – výrobky se po poruše nahrazují novými, zkouška je ukončena po uplynutí doby τ_0, počet poruch je náhodná veličina. Ekvivalentní doba zkoušky:

$$T = n \cdot \tau_0 \tag{8}$$

Počet výrobků potřebných pro zkoušku :

$$N = n + r \tag{9}$$

Zkouška s poruchami - opravované výrobky

Při zkouškách opravovaných výrobků zpravidla registrujeme posloupnost po sobě jdoucích poruch (nebo mezních stavů prvků). Takto získaná posloupnost náhodných údajů je souborem, který použijeme k výpočtu parametrů bezporuchovosti.

Pro vyhodnocení bezporuchovosti například sledujeme jednotlivé doby provozu mezi poruchami, které značíme t_i. Při pozorování doby mezi poruchami však vznikají i intervaly, které nekončí poruchou, tj. intervaly bezporuchového provozu δ_i. I tyto intervaly je však třeba uvážit při výpočtu ukazatelů bezporuchovosti. Pozorované soubory údajů jsou tzv. „cenzurované soubory“. Vzhledem k tomu, že po každé poruše je výrobek na jistou dobu vyřazen ze zkoušky, součet dob provozu u jednotlivých výrobků se po ukončení zkoušky může lišit.

Zkoušky opravovaných výrobků mohou probíhat v zásadě podle dvou typů plánu. Dále je naznačen výpočet ekvivalentní doby zkoušky pro tyto plány zkoušky.

a) Plán [n, M, τ_0] – výrobky se po poruše opravují, zkouška je ukončena po uplynutí doby τ_0, počet poruch je náhodná veličina. Ekvivalentní doba zkoušky:

$$T = \sum_{i=1}^{i=r} t_i + \sum_{j=1}^{j=n} \delta_j \tag{10}$$

V podstatě se jedná o součet všech intervalů provozu, které byly ukončeny poruchou a součet všech intervalů, které byly cenzurovány časem (ukončením zkoušky).

b) Plán [n, M, r_0] – výrobky jsou po poruše opravovány, zkouška je ukončena až se objeví r_0-tá porucha, doba zkoušky je náhodná veličina. Ekvivalentní doba zkoušky :

$$T = \sum_{i=1}^{i=r_0} t_i + \sum_{j=1}^{j=n-1} \delta_j \tag{11}$$

4 Stanovení rozsahu zkoušky

Stanovení rozsahu zkoušky bezporuchovosti spočívá v určení parametrů, které charakterizují průběh zkoušky a způsob jejího vyhodnocení. Při určování těchto parametrů je třeba vycházet ze závislostí vyjádřených rovnicí (1) resp. (2) a respektovat charakter sledovaných veličin.

Dále jsou analyzovány typické problémy související se stanovením rozsahu zkoušky a naznačeny možnosti jejich řešení.

4.1 Zkouška bez poruch

Jak již bylo naznačeno v odstavci 2.2, při popisu regulačního diagramu zkoušky, při každé zkoušce lze určit jistou minimální ekvivalentní dobu zkoušky, během které lze potenciálně na zadané úrovni konfidence prokázat splnění příslušných požadavků na bezporuchovost. Podmínkou pro splnění cíle zkoušky během této minimální ekvivalentní doby zkoušky je, že zkouška proběhne bez vzniku poruch.

Tato potenciální možnost minimalizovat čas potřebný k provedení zkoušky v praxi často vede k požadavku realizovat zkoušku právě tímto způsobem. To je vyvoláváno snahou o minimalizaci nákladů na provedení zkoušky a tlakem na zkracování lhůt v dodavatelsko odběratelských vztazích.

Ekvivalentní dobu zkoušky potřebnou k tomu, aby za předpokladu bezporuchového průběhu zkoušky bylo na stanovené úrovni konfidence prokázáno dosažení požadované hodnoty ukazatele bezporuchovosti, lze určit z následujícího vztahu, který získáme úpravou rovnice (2):

$$T_{REL} = \frac{T}{m_p} = \frac{\chi_c^2(2)}{2} \tag{12}$$

kde: T_{REL} – relativní délka ekvivalentní doby zkoušky (vztažená k požadované hodnotě ukazatele m_p).

Relativní délka ekvivalentní doby zkoušky tedy závisí pouze na úrovni požadované konfidence. Jak se délka ekvivalentní doby zkoušky mění s hodnotou konfidence je patrné z tab. 1. V posledním řádku této tabulky je také uvedena pravděpodobnost s jakou můžeme očekávat, že zkouška skutečně proběhne bez vzniku poruchy za předpokladu, že skutečná hodnota ukazatele bezporuchovosti se rovná právě hodnotě požadované ($m = m_p$).

Příklad interpretace hodnot uvedených v tab. 1:

Jestliže chceme s konfidencí 95% prokázat, že požadovaná hodnota ukazatele bezporuchovosti byla dosažena, výrobek (výrobky) musí v rámci zkoušky odpracovat bez poruchy dobu rovnající se trojnásobku hodnoty m_p. Pravděpodobnost toho, že zkouška proběhne tímto způsobem je 5 %. Jinak řečeno, s 95% pravděpodobností během zkoušky dojde k nastoupení poruchy.

Tab. 1 Přehled hodnot ekvivalentní doby zkoušky

Konfidence c	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99
$\chi_c^2(2)$	1,8	2,4	3,2	4,6	6,0	7,4	9,2
T_{REL}	0,9	1,2	1,6	2,3	3,0	3,7	4,6
Pravděpodobnost realizace zkoušky	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,025	0,01

Z výše uvedeného je zřejmé, že předpoklad bezporuchového průběhu zkoušky sebou přináší poměrně vysokou pravděpodobnost neúspěchu zkoušky a to i v případě, kdy výrobek stanovené požadavky na bezporuchovost splňuje.

Za oprávněný lze předpoklad bezporuchového průběhu zkoušky považovat pouze v případech, kdy jsou stanoveny nižší hodnoty konfidence a oprávněně lze předpokládat, že výrobek má podstatně vyšší úroveň bezporuchovosti než jaká má být ve zkoušce prokázána.

4.2 Zkouška s poruchami

U zkoušek kde se předpokládá výskyt poruch se při stanovování rozsahu zkoušky vychází z příslušného plánu zkoušky.

V případě r - plánu je doba zkoušky náhodnou proměnou, protože zkouška je ukončena po dosažení jistého, předem stanoveného počtu poruch r_0. Způsob odhadu skutečné doby zkoušky potom závisí na tom zda jsou výrobky po poruše nahrazovány (opravovány) či nikoliv.

V případě, že jsou výrobky po poruše nahrazovány, lze očekávanou dobu zkoušky určit podle vztahu:

$$\mathrm{E}(t) = \frac{r_0\, m}{n} \tag{13}$$

kde: $\mathrm{E}(t)$ – očekávaná (střední) doba zkoušky (měřená na hodinkách);

m – ověřovaný ukazatel bezporuchovosti (MTBF, MTTF);

n – počet výrobků ve zkoušce;

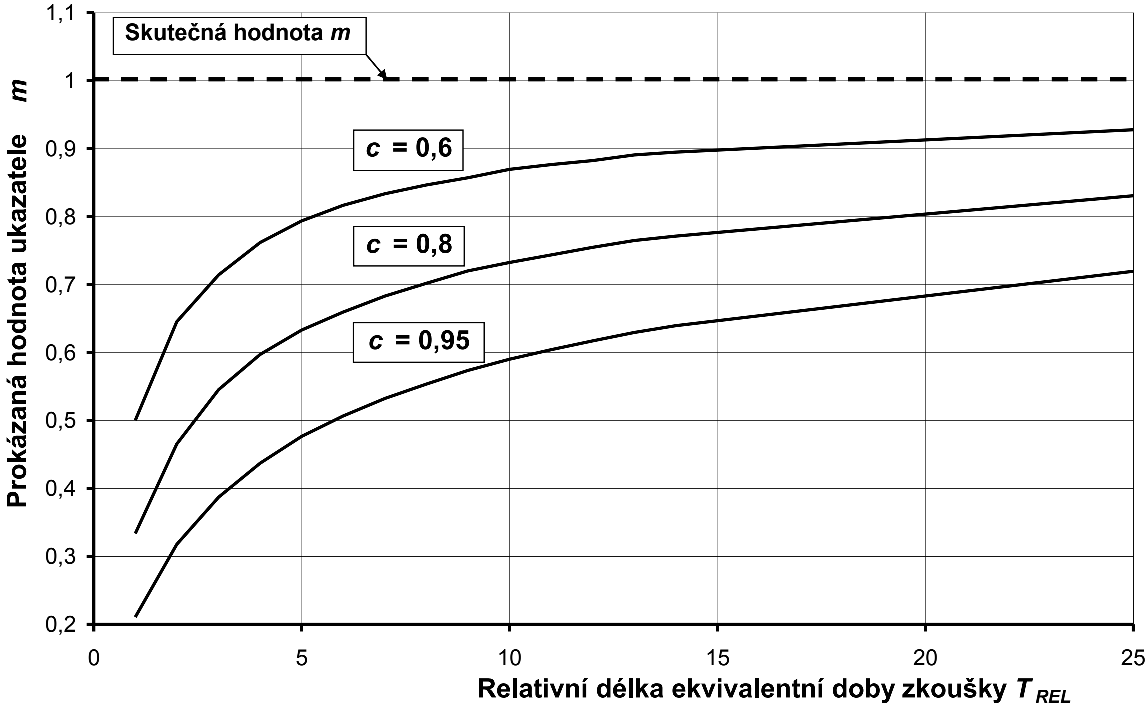
r_0 – povolený počet poruch.

Pokud výrobky po poruše nejsou nahrazovány, lze stanovit očekávanou dobu zkoušky podle vztahu:

$$\mathrm{E}(t) = m \sum_{i=1}^{i=r_0} \frac{1}{n-i+1} \tag{14}$$

V případě t - plánů určení doby zkoušky není problémem, protože je předem v plánu zkoušky stanovena a po jejím uplynutí je zkouška ukončena.

Při návrhu rozsahu zkoušek je třeba brát v úvahu, že i zde platí obecné pravidlo – čím rozsáhlejší soubor údajů (o poruchách) je k dispozici, tím věrohodnější jsou výsledky statistického vyhodnocení. Z toho logicky vyplývá, že čím déle bude zkouška bezporuchovosti probíhat, tím věrohodnější výsledky obdržíme. Závislost prokázané hodnoty ukazatele bezporuchovosti m na ekvivalentní době zkoušky a požadované úrovni konfidence je patrná z grafu na obr. 2. Rozsah zkoušky je třeba vždy stanovovat tak, aby korespondoval jak s hodnotou ukazatele bezporuchovosti, jejíž dosažení má být prokázáno, tak s požadovanou úrovní konfidence.



Obr. 2 Závislost prokázané hodnoty ukazatele bezporuchovosti na době zkoušky

Jak na stanovené úrovni konfidence vyhodnocení zkoušky závisí prokázaná hodnota ukazatele bezporuchovosti je dobře patrné také z grafu na obr. 3, který naznačuje jak se mění výsledek vyhodnocení zkoušky v závislosti na aplikované úrovni konfidence.

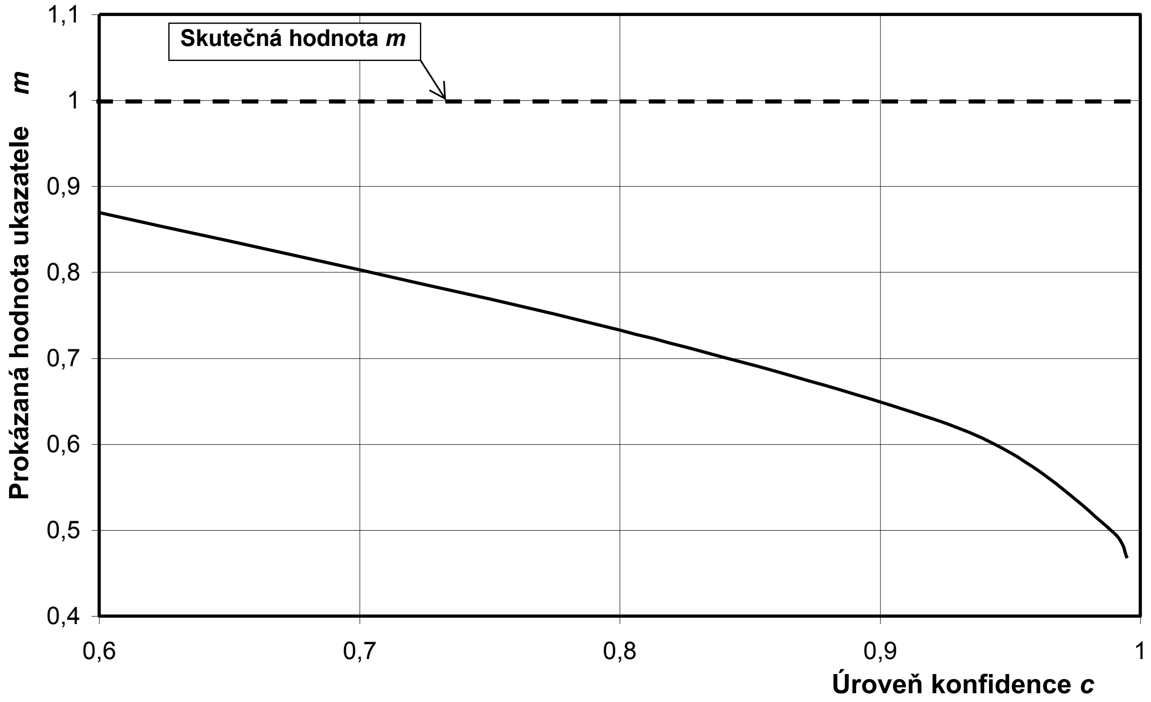
Úroveň konfidence vyhodnocení zkoušky bezporuchovosti by vždy měla být volena tak, aby byla přiměřená účelu zkoušky a jejímu rozsahu. Aplikace neodůvodněně vysokých úrovní konfidence $c \to 1$ vede zpravidla k neúspěchu zkoušky i v případech kdy testovaný ukazatel bezporuchovosti reálně dosahuje stanovené hodnoty.

5 Závěr

Při formulování podmínek zkoušek bezporuchovosti je nezbytné respektovat vzájemné vztahy mezi jednotlivými parametry zkoušky a stanovit rozsah zkoušky tak, aby reálně byla proveditelná.

Současně je třeba vždy zvažovat zda s ohledem na předpokládanou úroveň bezporuchovosti testovaného výrobku existuje akceptovatelná pravděpodobnost toho, že se v rámci zkoušky podaří splnění požadavků prokázat (pokud skutečně splněny jsou).

Na závěr je třeba zdůraznit, že ani extrémním zvětšováním rozsahu zkoušky nelze zabezpečit prokázání toho co reálně neexistuje tj. úrovně bezporuchovosti, která není výrobku vlastní.



Obr. 3. Závislost prokázané hodnoty ukazatele bezporuchovosti na konfidenci

Přehled použité literatury:

[1] ČSN IEC 605-4 Zkoušky bezporuchovosti zařízení. Část 4: Postupy pro stanovení bodových odhadů a konfidenčních mezí z určovacích zkoušek bezporuchovosti zařízení.

[2] ČSN 60300-3-5 Management spolehlivosti – Část 3-5: Návod na použití – Podmínky při zkouškách bezporuchovosti a principy statistických testů.

[3] MIL-HDBK-781A – Reliability Test Methods, Plans and Environments for Engineering Development, Qualification and Production.

[4] Kececioglu, D.: Reliability and Life Testing Handbook. Tuscon: University of Arizona, 1999.

PROKAZOVÁNI SPOLEHLIVOSTI VYSOCE SPOLEHLIVÝCH PRVKŮ POMOCÍ BAYESOVA PŘÍSTUPU

Doc. Ing. Radim Briš, CSc.
VŠB-TU Ostrava, Fakulta elektrotechniky a informatiky,
Katedra aplikované matematiky

1. Úvod

Dnešní výrobci musí čelit stále rostoucí a intenzívní globální soutěživosti. Ve snaze být ziskovými musí věnovat stále větší pozornost směrem ke zkrácení cyklu: návrh – vývoj – zkoušení – výroba, to vše při rostoucí spolehlivosti svých výrobků a limitovaných nákladech. Výrobní a spolehlivostní inženýři vyvinuli řadu efektivních nástrojů pro výrobu spolehlivých výrobků. Avšak s ohledem na zdokonalování výrobních technologií a s ohledem na tržní prostředí vyvstává potřeba pro generaci nových metod pro odhad, testování a demonstraci spolehlivosti výrobků.

Rychlý vývoj vyspělých technologií a rostoucí složitost výrobků společně s vysokými nároky zákazníků tvoří v dnešní době tlak na výrobce vyrábět vysoce spolehlivé výrobky. Zákazníci očekávají, že zakoupené výrobky jsou spolehlivé a bezpečné. Systémy, stroje, součástky, atd. by měly být schopny s vysokou pravděpodobností plnit předepsanou funkci v předpokládaných provozních podmínkách během nějakého specifikovaného času. Programy pro zlepšení spolehlivosti vyžadují kvantitativní metody pro predikci a odhad různých aspektů výrobní spolehlivosti. Efektivní a včasný sběr potřebných dat vyžaduje pečlivé naplánování. To zahrnuje sběr spolehlivostních dat pocházejících z mnoha činností jako je:

- laboratorní zkoušky životnosti,
- degradační zkoušky materiálů, součástek a komponent,
- navrhované experimenty pro zlepšení spolehlivosti,
- prototypové zkoušky za účelem zjištění druhů poruch,
- pečlivé monitorování prvních výrobků v provozu,
- analýza dat o záručních dobách,
- systematické dlouhodobé sledování výrobků v provozu.

Spolehlivost jako míra kvality se velmi obtížně monitoruje a řídí, může být přímo odhadnuta pouze poté, co výrobek prošel dlouhodobým provozem. V důsledku toho jsou identifikace a náprava příčin spolehlivostních problémů velmi obtížné. Predikce nebo nepřímo změřená spolehlivost na základě obvyklých laboratorních zkoušek mají tendenci být vysoce nepřesnými.

Oproti potřebě zkoušet a testovat ve stále větším rozsahu s cílem dosáhnout vyšší jakosti a spolehlivosti existuje dnes extrémní tlak směřující ke snížení časového intervalu od vzniku nové koncepce výrobku k jeho produkci. Tento tlak má za následek snahu o redukci objemu času pro testování spolehlivosti ve všech stádiích výrobního procesu, což zvyšuje riziko přehlédnutí potenciálních a na první pohled skrytých spolehlivostních problémů. Výsledkem těchto trendů je následující závěr: zkoušet méně a přitom umět lépe číst v zaznamenaných datech. Konkrétně to znamená zdokonalení, případně generaci nové metodiky pro jednak plánování spolehlivostních testů a jednak jejich vyhodnocení.

Tento příspěvek si klade za cíl přispět k překonání těžkostí, ať už časových či ekonomických, spojených s monitorováním spolehlivosti vysoce spolehlivých výrobků. Cílem je představit využití Bayesova přístupu v otázce demonstrace spolehlivosti vysoce spolehlivých výrobků, jejíž řešení sehrává v dnešní době významnou úlohu v dodavatelsko odběratelských vztazích.

Bayesův přístup je zde představen jako moderní a flexibilní matematický aparát, který je rozšířen a aplikován na konkrétní praktické problémy: transformace dat o spolehlivosti do aktuálních podmínek, stanovení výběrového plánu při zadaných požadavcích na spolehlivost, kalkulace rizika odběratele při známé disperzi spolehlivostní veličiny.

2. Demonstrace spolehlivosti vysoce spolehlivých výrobků

Problém ověření specifikované spolehlivostní hladiny sestává z určení obsahu a druhu zkoušky, která musí být provedena, aby demonstrovala jistou spolehlivostní úroveň se specifikovanou jistotou.

Výrobce vysoce spolehlivých prvků (jako jsou např. elektronické součástky) musí mnohdy vynakládat nemalé prostředky na to, aby přesvědčil zákazníka o kvalitě svého výrobku, navíc samotné testování je velmi zdlouhavé. Jedna z možností, jak snížit tyto náklady a přitom zkrátit zkoušení, je použít zrychlené zkoušky životnosti. Transformace dat ze zrychlených do normálních podmínek je však mnohdy doprovázena značnou nepřesností spočívající v odhadu faktoru zrychlení.

Bayesův přístup dává možnost nejen upřesnit tento odhad užitím aktuálních dat výrobce, ale poskytuje i optimalizaci plánu zkoušení s ohledem na zvolená kritéria.

V dalším budeme předpokládat, že vyšetřované vysoce spolehlivé výrobky jsou v ustálené periodě svého života, tedy že dobu do poruchy lze modelovat exponenciálním modelem s konstantní intenzitou poruch.

2.1 Klasický postup pro demonstraci intenzity poruch

Budeme uvažovat takový případ, kdy je fixována kumulativní doba zkoušení T a doby do poruchy jsou vzájemně nezávislé náhodné veličiny (doby oprav jsou ignorovány). Díky vztahu mezi exponenciálně rozdělenými dobami do poruch a díky aditivní vlastnosti homogenního Poissonova procesu, kumulovaná doba zkoušení může být rozdělena libovolným způsobem, jako např.:

1. Zkoušení jednoho výrobku, který je obnoven bezprostředně po každé poruše (doba obnovy = 0), tedy $T = t =$ kalendářní čas.
2. Zkoušení m identických výrobků, z nichž každý je obnoven bezprostředně po poruše; zde bude $T = m.t \quad m = 1,2,\ldots$

V případě konstantní intenzity poruch je proces poruch homogenní Poissonův proces s intenzitou λ v průběhu celého (fixovaného) časového intervalu $< 0,\ T >$. Odtud vyplývá, že pravděpodobnost výskytu k poruch v průběhu doby zkoušení T je dána

$$\Pr\ \{k \text{ poruch během } T \mid \lambda\ \} = \frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T}, \tag{2.1}$$

Statistické procedury pro demonstraci λ mohou tedy být založeny na statistickém ocenění parametru $m = \lambda T$ Poissonova rozdělení.

Obecně je vyžadován test pro přijetí v kontextu s prokázáním nějaké hodnoty λ_0. Hlavním účelem tohoto testu je ověření nulové hypotézy H_0: $\lambda < \lambda_0$ oproti alternativní hypotéze H_1: $\lambda > \lambda_1$ na základě následující dohody mezi výrobcem a odběratelem:

Výrobky by měly být akceptovány s pravděpodobností blízkou (ale ne menší než) 1- α *pokud skutečná (neznámá)* λ *je menší než* λ_0, *avšak zamítnuty s pravděpodobností blízkou (ale ne menší než)* 1- β, *pokud* λ *je větší než* λ_1 ($\lambda_0 < \lambda_1$ *jsou dané fixní hodnoty).*

λ_0 je specifikovaná ověřovaná hodnota λ a λ_1 je minimální akceptovatelná hodnota λ. α je riziko výrobce (chyba I. druhu), tj. pravděpodobnost zamítnutí pravdivé hypotézy H_0. β je odpovídající riziko odběratele (chyba II. druhu), tj. pravděpodobnost přijetí hypotézy H_0 ačkoliv je pravdivá H_1. V následujícím bude implicitně předpokládáno, že $0 < \alpha < 1- \beta < 1$. Zhodnocení výše uvedené dohody je problémem testování statistických hypotéz a může být provedeno jednoduchým dvoustranným testem, kde kumulativní doba zkoušení *T* a počet přípustných poruch *r* během *T* jsou fixní veličiny. Tato procedura vypadá následovně:

1. Ze zadaných λ_0, λ_1, α a β určíme nejmenší celé číslo *r* a hodnotu *T* tak, aby

$$\sum_{i=0}^{r} \frac{(\lambda_0 T)^i}{i!} e^{-\lambda_0 T} \geq 1-\alpha \tag{2.2}$$

a

$$\sum_{i=0}^{r} \frac{(\lambda_1 T)^i}{i!} e^{-\lambda_1 T} \leq \beta \tag{2.3}$$

2. Provedeme test s kumulativní dobou zkoušení *T*, určíme počet poruch během testu *k* a
   - zamítneme H_0: $\lambda < \lambda_0$ pokud $k > r$
   - nezamítneme H_0: $\lambda < \lambda_0$ pokud $k \leq r$ (2.4)

Nerovnosti (2.2) a (2.3) se mnohdy znázorňují formou tzv. *operativní charakteristiky.* Tato křivka pro každou hodnotu λ vyjadřuje pravděpodobnost, že se nevyskytne více než *r* poruch během kumulativní doby zkoušení *T*. Protože operativní charakteristika jako funkce λ je monotónně klesající, riziko chybného rozhodnutí klesá pro $\lambda < \lambda_0$, eventuálně pro $\lambda > \lambda_1$.

Pro $\alpha = \beta$ sdílejí výrobce a odběratel stejné riziko chybného rozhodnutí. V praktických aplikacích jsou užívány pouze jednostranné testy, tj. jsou dány pouze λ_0 a α, resp. pouze λ_1 a β. V těchto případech při malých hodnotách *r* může dojít k nežádoucímu zvýhodnění výrobce, resp. odběratele.

2.2 Bayesův přístup pro demonstraci spolehlivosti vysoce spolehlivých výrobků

Vysoce spolehlivé výrobky (např. elektronické součástky) mají běžně intenzitu poruch v oblasti 0,1 až 100 Fit (1 Fit = 10^{-9} poruch/hod.) v normálních provozních podmínkách. Pokud je takovýto výrobek v náběhové etapě výroby, kdy provozní data ještě nejsou k dispozici, je prokázání takto nízkých hodnot intenzity poruch nesmírně obtížné. Aplikace klasické procedury z předchozího odstavce by vyžadovala kumulovanou dobu zkoušení T řádově desítky až stovky tisíc hodin a to i při malých hodnotách *r*. Použití zrychlených zkoušek je tedy nevyhnutelné a je vysvětleno a diskutováno v řadě literárních zdrojů (např. [1]).

Bayesův přístup v aplikaci na zrychlené zkoušky byl poprvé představen autorem v publikaci [2]. Hlavním charakteristickým rysem tohoto pohledu je použití Bayesova přístupu, který je aplikován v několika rovinách:

- v oblasti řešení klíčové otázky zrychlených zkoušek, odhadu faktoru zrychlení
- v oblasti diskutované demonstrace spolehlivosti, tj. stanovení výběrového plánu zkoušení s ohledem na uspokojení požadavků odběratele
- v oblasti kalkulace a optimalizace rizika spojeného se zvoleným výběrovým plánem zkoušení.

Předností Bayesova přístupu je zejména možnost efektivního využití zdánlivě nepotřebných spolehlivostních dat (apriorní inženýrská zkušenost), nahromaděných výrobcem v předvýrobních etapách (např. z prototypových zkoušek, ze zkoušek technologicky příbuzných prvků apod.)

2.2.1 Notace, předpoklady, motivace, návaznost, cíl

ZDS	– zkouška demonstrující spolehlivost
ZZS	– zrychlená zkouška spolehlivosti
ES	– elektronická součástka
MVO	– odhad získaný metodou maximální věrohodnosti
pdf	– funkce hustoty pravděpodobnosti (probability density function)
λ_2	– intenzita poruch ve zrychlených podmínkách (i=2)
i	– index pro podmínky dané teplotou zrychlení; $i = 1,2$
λ_1	– intenzita poruch v daných podmínkách (i=1)
$t_{i,j}$	– doba poruchy neb odzkoušený čas pro prvek j v podmínkách i; $i = 1,2$
$t_i = \sum_{j=1}^{n_i} t_{i,j}$	– kumulovaná doba zkoušení n_i prvků v podmínkách i, během níž se vyskytne r_i poruch
(t_i, r_i)	– parametry výběrového plánu zkoušení v podmínkách i
δ^*	– aposteriorní riziko
$1-\delta^*$	– aposteriorní jistota odběratele
E $\{\lambda \mid \text{data}\}$	– podmíněná očekávaná hodnota λ
Var $\{\lambda \mid \text{data}\}$	– podmíněný rozptyl λ
Fit	– 10^{-9} poruch / hod.

Jako motivace pro generaci předkládané metodiky posloužila následující běžná situace z praxe výrobce ES. Blíže nespecifikovaný odběratel chce nakoupit velký objem konkrétní ES za podmínky, že splňuje náročná spolehlivostní kritéria (konkrétní λ_1). Časové i finanční náklady na zkoušení, spojené s garancí λ_1 však vysoce převyšují možnosti výrobce. Klasické řešení tohoto problému spočívá v užití zrychlených zkoušek. Pokud faktor zrychlení mezi zrychlenými a zadanými podmínkami je *A* pak postačí provést transformaci spolehlivostního požadavku λ_1 na λ_2 podle vztahu λ_2 = A. λ_1 a stanovit podmínky pro zkoušení λ_2 ve zrychlených podmínkách. Hlavní problém nyní spočívá v přesném určení faktoru A. Je samozřejmé, že existuje mnoho metod pro určení tohoto faktoru a mohli bychom použít kteroukoliv z nich za předpokladu, že máme k dispozici k tomu nezbytná data. Nelson v [1] poskytuje vyčerpávající přehled teorie a praxe zrychlených zkoušek.

Bayesův přístup poskytuje alternativní postup pro stanovení A. Umožňuje integrovat vhodnou apriorní informaci o faktoru A a dále ji modifikovat běžnými spolehlivostními daty nashromážděnými výrobcem během předvýrobních etap. Toho lze docílit za předpokladu, že faktor zrychlení považujeme za náhodnou veličinu, jejíž nejistotu lze modelovat vhodně zvolenou apriorní hustotou pravděpodobnosti, sestavenou na základě apriorní inženýrské informace o technologii zkoumaného prvku. Pro analytický tvar faktoru zrychlení budeme předpokládat Arrheniův spolehlivostní model, který předznamenává zrychlení teplotou.

Bayesův přístup však umožňuje nejen estimaci aktuální hodnoty faktoru zrychlení A při daném typu výrobní technologie, ale i stanovení a optimalizaci takového výběrového plánu, který bere v úvahu dva druhy spolehlivostních požadavků odběratele, formulovaných jako následující Situace 1 a Situace 2.

Situace 1: Stanovit výběrový plán zkoušení tak, aby $\lambda_1 \leq \lambda_0$ kde λ_0 je zadaná hladina spolehlivosti.

Situace 2: Stanovit výběrový plán zkoušení tak, aby $Pr(\lambda_1 \leq \lambda_0) \geq 1-\alpha$ kde α je nějaké zadané malé číslo.

Bude odvozena aposteriorní hustota pravděpodobnosti pro λ_2, která je funkcí výběrového plánu ve zrychlených podmínkách. Tato skutečnost ve svém důsledku umožňuje optimalizovat režim pro zkoušení spolehlivosti užitím takových kritérií, jako je

Var $\{\lambda \mid \text{data}\}$, E $\{\lambda \mid \text{data}\}$, kvantily λ apod.

Dále bude odvozeno aposteriorní riziko odběratele δ^* vycházející z následující definice, která je v souladu s [3]:

$$\delta^* = Pr(\lambda_1 \geq \lambda_0 \mid \ ZDS\ vyhovuje\ ) \tag{2.5}$$

K vyčíslení rizika δ^* je nezbytné odvodit podmíněné rozdělení *pdf* $(r_2 | t_2)$, které je Poissonova typu při daných předpokladech. Nové poznatky jsou podpořeny numerickými výpočty s programem Matlab. Použitá data pocházejí z praktických zkoušek někdejšího výrobce ES.

2.2.2 Apriorní a aposteriorní rozdělení pro A, λ_1 a λ_2

Uvažujme následující základní problém. Výrobce ES produkuje součástky s nízkou konstantní intenzitou poruch λ_1. Předpokládejme, že v daných provozních podmínkách bylo odzkoušeno již mnoho výběrů daného typu výrobku s celkovou kumulovanou dobou zkoušení $t_1 > 0$, během níž se vyskytlo r_1 poruch. Předpokládejme dále, že ve zrychlených podmínkách byl odzkoušen náhodný výběr pocházející z téže populace výrobků; po kumulované době t_2 se vyskytlo r_2 poruch, z čehož lze snadno získat odhad intenzity poruch λ_2 ve zrychlených podmínkách. Nechť

$$A = \lambda_2/\lambda_1$$

označuje poměr těchto dvou intenzit poruch. Budeme se nyní zajímat o statistickou indukci vzhledem k faktoru A popřípadě λ_1, λ_2. Klasická analýza tohoto problému může být provedena použitím metody maximální věrohodnosti, modifikované pro cenzorované náhodné výběry. Pro naznačenou testovací situaci má věrohodnostní (resp. logaritmická věrohodnostní) funkce tvar:

$$L(\lambda_1, \lambda_2) = \lambda_1^{r_1} e^{-\lambda_1 t_1} \lambda_2^{r_2} e^{-\lambda_2 t_2} \tag{2.6}$$

$$\text{resp. } ln\, L(\lambda_1, \lambda_2) = -\lambda_1 t_1 - \lambda_2 t_2 + r_1\, ln\, \lambda_1 + r_2\, ln\, \lambda_2 \tag{2.7}$$

Metoda maximální věrohodnosti dává estimátory pro λ_1, λ_2, které jsou nezávislé vzhledem ke statistické nezávislosti spolehlivostních zkoušek v provozních a zrychlených podmínkách.

Tato analýza však nebere ohled na apriorní informaci, spočívající například v tom, že známe analytický tvar pro faktor A (s ohledem na podmínky zkoušení) – ten bývá pro teplotní zrychlení prakticky výhradně modelován Arrheniovým modelem. Často také bývá t_1 výrazně odlišné od t_2, jelikož výrobce má zpravidla mnohem větší zkušenosti s výrobkem provozovaným v provozních podmínkách. Tedy klasická indukce poskytuje dosti neefektivní způsob, jak využít nepřímou empirickou výpověď o faktoru A, která je dostupná z četných informací, získaných v provozních podmínkách.

Logaritmická věrohodnostní funkce daná (2.7) naznačuje použití tzv. přirozeného konjugovaného systému pro λ_1 a λ_2. Avšak ten není dostatečně flexibilní pro praktické použití. Mimo jiné například proto, že nedokáže správně modelovat případ, kdy apriorní informace o individuálních hodnotách λ_1, λ_2 je vágní a přitom je známa nějaká informace o faktoru A dostupná z porovnání inženýrských charakteristik uvažovaného výrobku od různých výrobců.

Odvodíme, jak zvolit přirozený konjugovaný systém takový, aby umožnil zároveň podchytit apriorní informaci o poměru $A = \lambda_2/\lambda_1$. Vyjdeme-li z tvaru pro věrohodnostní funkci L daného rovnicí (2.6), můžeme jej formálně přepsat na tvar

$$L_\lambda = \lambda_1^{r_1+r_2} e^{-\lambda_1(t_1+At_2)}.A^{r_2}$$

Chceme-li získat z této věrohodnostní funkce pouze experimentální výpověď o poměru A je nutno tuto funkci v jistém smyslu "vystředovat" přes λ_1. Pokud v nejobecnějším případě budeme předpokládat pro λ_1 neurčité apriorní rozdělení, dostáváme věrohodnostní funkci ve tvaru

$$\begin{aligned} L_A &= \int_0^\infty L_\lambda \cdot \frac{1}{\lambda_1} d\lambda_1 \\ &= A^{r_2} \int_0^\infty \lambda_1^{r_1+r_2-1} e^{-\lambda_1(t_1+At_2)} d\lambda_1 \\ &= A^{r_2} \frac{(r_1+r_2-1)!}{(t_1+At_2)^{r_1+r_2}} \\ &\propto \frac{A^{r_2}}{\left(1+A\frac{t_2}{t_1}\right)^{r_1+r_2}} \end{aligned}$$

Tento tvar je zajímavý tím, že závisí na t_1 a t_2 pouze prostřednictvím poměru $h = \frac{t_2}{t_1}$.

Máme-li nyní kombinovat empirické informace jak o individuálních λ_1 (resp. λ_2) – viz tvar pro L_λ tak o poměru A – viz tvar L_A obdržíme konjugovaný tvar pro sdružené apriorní rozdělení pravděpodobnosti λ_1 a A (odpovídající součinu L_λ . L_A). :

$$pdf(\lambda_1, A) \propto \lambda_1^c \exp(-a\lambda_1 - bA\lambda_1)\frac{A^f}{(1+h.A)^g}, \tag{2.8}$$

kde a,b,c,f,g,h jsou parametry. Marginální rozdělení pro λ_1, λ_2, A, odvozená z (2.8) jsou:

$$pdf(\lambda_1) \propto \lambda_1^c \exp(-a\lambda_1)\int_0^\infty \frac{u^f}{(1+hu)^g}\exp(-b\lambda_1 u)du \tag{2.9}$$

$$pdf(\lambda_2) \propto \lambda_2^c \exp(-b\lambda_2)\int_0^\infty \frac{u^{c+g-f-1}}{(h+u)^g}\exp(-a\lambda_2 u)du \tag{2.10}$$

$$pdf(A) \propto \frac{A^f}{(1+hA)^g\left(1+\frac{b}{a}A\right)^{c+1}} \tag{2.11}$$

Sdružená apriorní hustota (2.8) tvoří přirozený konjugovaný systém pro výběrový experiment popsaný věrohodnostní funkcí (2.6). V první fázi experimentu, kdy přichází informace v podobě kumulované doby t_1 a počtu poruch r_1, se toto apriorní rozdělení transformuje na aposteriorní, které je téhož tvaru, avšak s pozměněnými parametry:

$$a' = a + t_1,\quad b' = b,\quad c' = c + r_1,\quad f' = f,\quad g' = g,\quad h' = h$$

V druhé fázi experimentu, kdy přichází informace v podobě t_2, r_2, bude mít aposteriorní rozdělení tentýž tvar avšak s následujícími hodnotami parametrů:

$$a'' = a + t_1,\quad b'' = b + t_2,\quad c'' = c + r_1 + r_2,\quad f'' = f + r_2,\quad g'' = g,\quad h'' = h$$

Nicméně obecný tvar sdružené hustoty (2.8) lze zdůvodnit i na základě jednodušší úvahy. Sdružená hustota se totiž dá také obecně zapsat jako součin podmíněné a marginální hustoty:

$$pdf(\lambda_1, A) = pdf(\lambda_1 \mid A).pdf(A) \tag{2.12}$$

Vyjdeme-li při procesu určování λ_1, λ_2 z přirozených konjugovaných systémů, pak hustota *pdf(A)* se dá analyticky snadno odvodit jako rozdělení podílu dvou náhodných veličin s gamma rozdělením, což přesně odpovídá zlomku ve výrazu (2.8). Zbylá část pravé strany výrazu (2.8) odpovídá podmíněnému rozdělení (2.12), které má podle předpokladu tvar gamma rozdělení.

2.2.3 Determinace faktoru zrychlení

Z teorie je známo, že Bayesovým estimátorem nějakého neznámého parametru je aposteriorní očekávaná hodnota při uvažované kvadratické ztrátové funkci. Bayesův estimátor faktoru zrychlení tedy dostaneme z následující rovnice:

$$A^* = \int_A A.pdf(A)dA \tag{2.13}$$

kde $pdf(A)$ je aposteriorní rozdělení faktoru zrychlení A.

Určit aposteriorní rozdělení pro A znamená nalézt vhodné parametry apriorního rozdělení ve výrazu (2.11) pro marginální hustotu A a ty posléze aktualizovat empirickou zkušeností.

Budeme-li předpokládat pro faktor zrychlení Arrheniův model, pak přiřazení parametrů na základě inženýrské zkušenosti lze provést následovně. Pokud nemáme předběžnou empirickou výpověď o spolehlivosti v provozních a zrychlených podmínkách, volíme tzv. neurčité apriorní rozdělení, tedy

$pdf(\lambda_i) \propto \dfrac{1}{\lambda_i}, \quad i = 1,2,$ což odpovídá následující volbě parametrů: *a ,b ,c*: $a = b = 0$, $c = -1$.

Kromě toho je požadavek $b=0$ ekvivalentní požadavku, že λ_1, A jsou statisticky nezávislé, což je viditelné z výrazu (2.8). Z výrazu (2.11) vyplývá, že inženýrskou zkušenost vzhledem k faktoru A lze zachytit pomocí tří parametrů: *f, g, h* a to i v takovém případě, kdy nemáme žádnou apriorní informaci o jednotlivých intenzitách poruch λ_1, λ_2.

Arrheniův spolehlivostní model specifikuje vztah mezi faktorem zrychlení A a teplotním zatížením:

$$A = \exp\left[\frac{E_a}{k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right], \tag{2.14}$$

kde E_a je aktivační energie, k je Boltzmannova konstanta a T_1,T_2 jsou absolutní teploty v provozních a zrychlených podmínkách. Nejkritičtějším parametrem, který se velmi těžko zjišťuje přesně, je aktivační energie. Různé poruchové mechanismy mají různé aktivační energie a dokonce se tento parametr může lišit pro stejný poruchový mechanismus součástka od součástky. V praxi se tento problém řeší tak, že pro účely transformace se bere jakási průměrná hodnota E_a. V mnoha případech je jeden poruchový mechanismus dominantní a vliv ostatních mechanismů na spolehlivost dané ES může být vyjádřena tak, jakoby aktivační energie byla náhodná veličina. Pokud dominantní mechanismus je ovlivňován mnoha slabšími mechanismy či faktory, lze předpokládat, že E_a bude vykazovat normální rozdělení, které je, jak známo, symetrické. Tato inženýrsko-fyzikální informace je konzistentní s následujícím vztahem mezi parametry *g, f*:

$$g = 2(f+1), \tag{2.15}$$

čímž jsme redukovali počet neznámých parametrů na dva. Jednoduše lze dále ukázat, že modus náhodné veličiny *Y*=ln *A*, jejíž hustota je

$$pdf(y) \propto \frac{e^{y(f+1)}}{(1+h.e^{y})^{g}}, \tag{2.16}$$

je roven – ln *h* při uvážení podmínky (2.15), takže pokud použijeme jakousi nejpravděpodobnější hodnotu aktivační energie E_a^0 vycházející ze znalosti technologie výroby, pak dostáváme parametr *h* z následujícího vztahu:

$$h = \exp[-\frac{E_a^0}{k}(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2})]. \tag{2.17}$$

Výrobce má zpravidla k dispozici řadu empirických údajů o své technologii výroby, ale také o analogické technologii jiných výrobců téhož výrobku. Na základě těchto údajů je obvykle schopen stanovit meze, v nichž se pohybuje aktivační energie s vysokou pravděpodobností. Například je schopen kvantifikovat následující pravděpodobnost

$$\Pr\{E_a \in \langle E_1, E_2 \rangle\} = 0.95 \tag{2.18}$$

Odtud již lze získat pomocí vhodné numerické metody vyčíslení parametrů *g, f*.

Příklad

Pro ilustraci předchozí metody použijeme následující data od nespecifikovaného výrobce ES:

$$T_1 = 70°\mathrm{C} : t_1 = 7.247 \times 10^6 \text{ hodin}, r_1 = 1;$$

$$T_2 = 125°\mathrm{C} : t_2 = 10^7 \text{ hodin}, \ r_2 = 3.$$

Z velkého množství údajů, nahromaděných o použité technologii výroby lze kupříkladu dále vyčíst, že

$$\langle E_1, E_2 \rangle = \langle 0.5, \ 1.5 \rangle \ [eV] \quad E_a^0 = 0.96 \ [eV]$$

Hustotu pravděpodobnosti E_a lze nalézt transformací faktoru *A* na E_a z rovnice (2.14), kde pro *A* rozdělení tvaru (2.11). Podmínka (2.18) může být posléze vyjádřena následující rovnicí pro *g*:

$$\int_{0.5}^{1.5} \frac{E_0(g)}{k_T} \frac{\exp(\frac{gx}{2k_T})}{[1+h \ \exp(\frac{x}{k_T})]^g} dx = 0.95 \tag{2.19}$$

kde

$$k_T = \frac{k}{\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}}, \quad [E_0(g)]^{-1} = \int_1^{\infty} \frac{x^{\frac{g}{2}-1}}{(1+hx)^g} dx$$

Numerickým výpočtem v programovém prostředí Matlab lze určit následující apriorní rozdělení pro faktor *A*:

$$pdf(A) \propto \frac{A^f}{(1+h.A)^g}, \ \ kde$$

$$f = 1.1063,\ g = 4.2126,\ h = 0.01435$$

Aposteriorní očekávaná hodnota je pak podle (2.13) rovna:

$$A^* = \int_A A.pdf(A)dA = 13.0918,$$

2.2.4 Výběrový plán pro zkoušení spolehlivosti - Situace 1

Situace 1 je definována požadavkem odběratele, aby dodané výrobky splňovaly následující požadavek: $\lambda_1 \le \lambda_0$

Otázka zní, jak sestavit plán zkoušení pro ověření tohoto spolehlivostního limitu a jaké je riziko odběratele.

Je známo, že MVO pro λ_1 při časovém cenzorování je dán: $\hat{\lambda} = \frac{r_1}{t_1}$

Pro vysoce spolehlivé prvky vychází kumulovaná doba zkoušení t_1 nereálně veliká, byť bychom sestavili plán pro jeden přípustný vadný prvek. V souladu s dostupným vybavením tedy provedeme spolehlivostní test (ZDS) ve zrychlených podmínkách, kde výsledkem bude MVO pro λ_2

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{r_2}{t_2}$$

Avšak $\lambda_2 = A^* \lambda_1$, přičemž $\lambda_1 \le \lambda_0$ takže máme podmínku pro t_2, r_2:

$$\frac{r_2}{t_2} \le A^* \lambda_0 \qquad (20)$$

Předpokládejme, že jsou k dispozici četné informace z provozních podmínek, tj. známe t_1, r_1. Dále známe rozdělení pro λ_2, které je dáno tvarem (2.10), a které lze modifikovat na základě dostupné informace následující změnou parametrů: $a' = a + t_1$, $c' = c + r_1$. Za této situace můžeme optimalizovat výběrový plán (t_2, r_2) tak, aby splnění podmínky (2.20) bylo doprovázeno a doplněno ještě dalšími požadavky, které lze deklarovat s ohledem na statistickou povahu λ_2, jako jsou např. jisté mezní hodnoty číselných charakteristik $E\{\lambda_2 | \text{data}\}$, Var $\{\lambda_2 | \text{data}\}$ medián $\{\lambda_2 | \text{data}\}$, či jiné kvantily λ_2. Kromě toho můžeme předpovídat pravděpodobnosti možných výsledků pro různé hodnoty t_2, r_2. Rozdělení pro předpověď r_2 může být totiž odvozeno z hodnoty $pdf(\lambda_2)$ a z podmíněného pravděpodobnostního rozdělení $pdf(r_2 | \lambda_2, t_2)$, které je při daných předpokladech Poissonovo s očekávanou hodnotou $\lambda_2\, t_2$ (viz vztah (2.1):

$$pdf(r_2 / t_2) = \int_{\lambda_2} pdf(r_2 | \lambda_2, t_2) pdf(\lambda_2) d\lambda_2,$$

$$\text{kde } pdf(r_2 | \lambda_2, t_2) = \frac{e^{-\lambda_2 t_2}}{r_2!} (\lambda_2 t_2)^{r_2}$$

Po úpravě lze vyjádřit

$$pdf\left(r_2 \mid t_2\right) = \frac{t_1}{t_2} \frac{1}{\int\limits_0^\infty \frac{x^f}{\left(h+x\right)^{2(f+1)}} dx} \int\limits_0^\infty \frac{x^{f+1} dx}{\left(h+x\right)^{2(f+1)} \left(1 + \frac{t_1}{t_2} x\right)^{r_2+1}} \tag{2.21}$$

Toto rozdělení lze účelně využít při výpočtu *aposteriorního rizika odběratele*, které definujeme následovně:

$$\delta^* = \Pr \{\lambda_1 \geq \lambda_0 \mid \text{akceptabilní ZDS}\} \tag{2.22}$$

Doplněk této pravděpodobnosti do jedničky $1\text{-}\delta^*$ pak můžeme považovat za aposteriorní jistotu výrobce, že $\lambda_1 \leq \lambda_0$ v případě akceptabilní ZDS.

Výpočet aposteriorního rizika odběratele

Nechť (t_2, $r_2 = k$) je výběrový plán pro ZDS ve zrychlených podmínkách.

Potom

$$\delta^* = \frac{\sum\limits_{i=0}^{k} \Pr\left\{\left(\lambda_2 \geq A^* \lambda_0\right) \cap \left(r_2 = i\right)\right\}}{\sum\limits_{i=0}^{k} \Pr\left\{r_2 = i\right\}} \tag{2.23}$$

Důkaz: viz [2]

2.2.5 Výběrový plán pro ZDS - Situace 2

Situace 2 je charakterizována následujícím požadavkem na spolehlivost (formulovaným odběratelem):

$$\Pr(\lambda_1 \leq \lambda_0) \geq 1 - \alpha_0, \tag{2.24}$$

kde λ_0 je zadaná hladina intenzity poruch, která má být uspokojena a α_0 je zadaná pravděpodobnost.

Definice: α_0 nazveme *apriorním rizikem odběratele*.

Číselně vyjadřuje apriorní riziko odběratele maximální přípustnou pravděpodobnost, že bude platit hypotéza $H_1 :\ \lambda_1 > \lambda_0$

Rovnici (2.24) můžeme přepsat do podoby pro realizaci ve zrychlených podmínkách následovně:

$$\Pr(\lambda_2 \leq A^* \lambda_0) \geq 1 - \alpha_0 \tag{2.25}$$

Na druhé straně z odstavce 2.2.4 víme, že MVO pro λ_2 je roven $\widehat{\lambda}_2 = \frac{r_2}{t_2}$.Při předpokladu exponenciálního rozdělení doby do poruchy lze ukázat, že náhodná veličina

$$2r_2 \frac{\lambda_2}{\widehat{\lambda}_2} = 2\lambda_2 t_2$$

má rozdělení chí–kvadrát s $(2r_2 + 2)$ stupni volnosti pro časově cenzorovaný test. Odtud můžeme určit konfidenční intervaly, například $1 - \alpha_0$ přidružené k $\widehat{\lambda}_2$ pomocí rozdělení chí–kvadrát z následující rovnice:

$$1-\alpha_0 = \sum_{k=r_2}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_2 t_2}}{k!} (\lambda_2 t\ )^k = \int_0^{2\lambda_2 t} f(\chi^2) d\chi^2 \qquad (2.26)$$

V důsledku toho lze získat $100(1-\alpha_0)\%$ jednostranný konfidenční interval pro λ_2

$$\Pr\{\lambda_2 \le \frac{\chi^2_{1-\alpha_0}(2r_2+2)}{2t_2}\} = 1-\alpha_0 \qquad (2.27)$$

Takže podmínky (2.25) a (2.27) dávají spolu následující podmínku pro optimalizaci t_2, r_2:

$$A^* \lambda_0 \ge \frac{\chi^2_{1-\alpha_0}(2r_2+2)}{2t_2} \qquad (2.28)$$

a odtud

$$t_2 \ge \frac{\chi^2_{1-\alpha_0}(2r_2+2)}{2A^* \lambda_0} \qquad (2.29)$$

Optimalizaci výběrového plánu pro ZDS lze nyní provádět podobně jako v Situaci 1 popsanou v odstavci 2.2.4 s tím rozdílem, že nyní musí být uspokojena podmínka (2.29).

3. Závěr

Příspěvek prezentuje použití a doplnění Bayesova přístupu v několika směrech. Za prvé, při předpokládaném exponenciálním modelu je tento aparát použit pro účely transformace dat ze zrychleného (teplotou) do normálního prostředí, je kvantifikován faktor zrychlení, přičemž jsou efektivně využívána zdánlivě nepotřebná dlouhodobě nahromaděná vlastní data výrobce (apriorní informace), stejně jako experimentální zkušenosti jiných výrobců ekvivalentního výrobku (vyrobeného ekvivalentní technologií). Za druhé, Bayesův přístup v kombinaci s metodou maximální věrohohodnosti je použit ke stanovení výběrového plánu zkoušení tak, aby byly uspokojeny požadavky odběratele, které jsou definovány dvojím způsobem (Situace 1, Situace 2), a aby statistické charakteristiky (jako např. rozptyl) Bayesovsky pojatého parametru, pro který je koncipován výběrový plán, byly pod kontrolou. Za třetí, Bayesův přístup je využit k určení tzv. *aposteriorního rizika odběratele*, definovaného výrazem (2.22) Pro účely takto definovaného rizika může posloužit (2.23).

Kombinace metody maximální věrohodnosti s Bayesovým přístupem je přirozená, neboť pro velké výběry lze ukázat, že asymptotické rozdělení odhadu parametru získaného metodou maximální věrohodnosti je normální, stejně jako aposteriorní rozdělení stejného parametru (při platnosti vhodných podmínek regularity a za předpokladu, že apriorní hustota je kladná a spojitá v celém parametrickém prostoru). Příčinou je hlavně to, že ve velkých výběrech v aposteriorním rozdělení dominuje věrohodnostní funkce a logaritmická věrohodnostní funkce je asymptoticky kvadratická. Tedy pro velké výběry platí, že klasický i Bayesův přístup vedou ke stejné indukci, ačkoliv interpretace je dosti odlišná.

Použitá literatura

[1] Nelson W.: Accelerated Testing, Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis; Wiley 1990, ISBN 0-471-52277-5.

[2] Briš R., Bayes approach in RDT using accelerated and long-term life data, Reliablity Engineering and System Safety, ELSEVIER,Vol.67 No.1 January 2000, ISSN: 0951-8320

[3] Martz H.F., Waller R.A.: Bayesian Reliability Analysis; Wiley 1982, ISBN 0-471-86425-0.

METODIKA ZRYCHLENÝCH (ZPŘÍSNĚNÝCH) ZKOUŠEK STROJNÍCH SOUČÁSTÍ

Jiří Stodola
Univerzita obrany v Brně, Fakulta vojenských technologií
PS 13, K 252 Brno, 612 00
Tel. a fax: +420 973 442 278, E-mail: jiri.stodola@unob.cz

ABSTRAKT

Sylab pojednává o problematice zkoušek spolehlivosti strojních součástí, kdy zkoušky jsou chápány jako základní experimentální prostředek k určení nebo ověření úrovně spolehlivosti, jejich dílčích vlastností, popř. funkčních vlastností součásti, strojů aj. Sylab se stručně zabývá metodikou zrychlených, resp. zpřísněných zkoušek.

1. ÚVOD

Cílem zkoušek spolehlivosti je obvykle nalezení kvantitativních měr (číselných, funkčních, aj.), tj. ukazatelů a charakteristik spolehlivosti. Znalost těchto hodnot umožňuje řešit široký okruh problémů, např.:

- nalézt kritické prvky a soustavy výrobku a možnosti nápravy,
- ověřit předpokládané, popř.. vypočtené hodnoty v etapě projektu, návrhu, konstrukce,
- prokázat požadované ukazatele spolehlivosti v etapě projektu, návrhu, konstrukce, výzkumu, vývoje a výroby, popř. provozu,
- ověřit jakost technologického procesu ve výrobě, ověřit účinnost údržbového systému, vliv provozních podmínek, zatěžování aj.,
- získat podklady k hodnocení výrobku pro jeho přejímku aj.

Při zkouškách spolehlivosti se prověřují parametry objektů, které definují jejich technický stav, tj. určují kritérium poruchy (mezního stavu). Zkoušky spolehlivosti je nutno provádět při režimech a podmínkách stanovených jejich technickou dokumentací, včetně technické obsluhy (údržby, oprav). Při zkouškách vybereme určitý reprezentativní vzorek, jehož velikost stanovíme buď na základě znalosti zákona rozdělení, tj. parametrickou metodou nebo, není-li zákon rozdělení znám, neparametrickou metodou s využitím variačního koeficientu, Gama funkce, aj., resp. stanovené (požadované) pravděpodobnosti bezporuchového provozu a tabulek, udávajících minimální počet členů výběru.
Předmětem zkoušek mohou obecně být:

- vzorky materiálů (zkoušky odolnosti proti opotřebení, pevnost, korozivzdornost aj.),
- konstrukční detaily, spoje a kinematické dvojice (zkoušky ložisek, ozubení aj.),
- skupiny (zkoušky převodovek, motorů, řídících a ovládacích systémů aj.),
- výrobky jako celek (automobily aj.).

Jako výsledek (skutečně naměřený nebo vypočtený) při zkouškách spolehlivosti získáme dvě skupiny charakteristik:

1. Charakteristiky procesu stárnutí a rozrušování, kterým odpovídá jistý stupeň poškození výrobku (procesy opotřebení, koroze, únavy, lomů a trhlin aj.).

2. Charakteristiky změny velikosti vstupních parametrů výrobku (přesnost, účinnost, nosnost, výkon aj.), u nichž překročení hranice přípustné tolerance vede ke ztrátě provozuschopnosti (poruše).

Předmět, metodika a základní cíle zkoušky spolehlivosti jsou stanoveny v plánu a metodice zkoušek. Z nich jsou jasné použité principy, pravidla, přesný rozvrh zkoušek a kritéria pro jejich ukončení a vyhodnocení.

2. DRUHY ZKOUŠEK

Podle různých kritérií můžeme rozdělit zkoušky spolehlivosti např. na zkoušky:

a) podle časového hlediska:

- dlouhodobé,
- zrychlené.

b) podle spolehlivostních ukazatelů a charakteristik, které chceme získat na:

- zkoušky bezporuchovosti,
- zkoušky udržovatelnosti, aj.

c) podle způsobu provádění zkoušek:

- laboratorní v předepsaných podmínkách,
- zkoušky na zkušebně (zkušební stolici, stavu),
- zkoušky na polygonu (typické pro vozidla),
- provozní zkoušky aj.

d) podle účelu:

- určující s cílem určit neznámé hodnoty ukazatelů (bodových nebo intervalových),
- ověřovací s cílem ověřit dosažené číselné ukazatele,
- vývojové s cílem např. ověřit změnu dílčích spolehlivostních vlastností aj.

e) podle způsobu ukončení:

- zkoušky ukončené až po poruše všech *n* objektů výběrového souboru (dlouhodobé zkoušky), v případě, že zkouška je ukončena dříve než dojde k poruše všech zkoušených objektů, jedná se o zkoušku zkrácenou,
- zkoušky ukončené po uplynutí předem stanovené doby *t*,
- zkoušky ukončené po výskytu předem stanoveného počtu poruch *r*,
- zkoušky ukončené dosažením předem stanovených podmínek přijetí nebo zamítnutí aj.

Před zkouškou se připravuje plán zkoušky, v závislosti na charakteru výrobku, na účelu zkoušky, ověřovaných ukazatelích, podmínkách zkoušky, předpokládaném zákonu rozdělení náhodné veličiny, ekonomice aj. Výchozím podkladem je zkušební plán, který je metodikou pro realizaci konkrétní zkoušky. Zkušební plán se označuje kombinací tří písmen v hranatých závorkách:

$$[\,.\,.\,.\,]$$

První písmeno (***n***) označuje rozsah výběru (počet zkoušených výrobků). Druhé písmeno (***U***, ***R*** nebo ***M***) označuje činnost po vzniku poruchy, kdy ***U*** značí, že neopravované výrobky nejsou po poruše nahrazovány. ***R*** značí, že neopravované výrobky jsou po poruše nahrazovány dobrými. ***M*** značí, že výrobky se po poruše obnovují (opravují, vyměňují za dobré aj.). Třetí písmena označují zakončení zkoušky, kde ***t*** znamená, že zkouška je ukončena po uplynutí předem určené doby, ***r*** znamená, že zkouška je ukončena při výskytu stanoveného počtu poruch a ***s***, že zkouška je ukončena podle pravidel tzv. postupné metody zkoušky. Např. (*n*, *U*, *r*) označuje zkušební plán, založený na pozorováních *n* neopravovaných výrobků a zkouška je ukončena při poruše *r*-tého výrobku přitom platí, že $r < n$. Při zkouškách spolehlivosti se střetávají dvě protichůdné tendence:

1. Přání získat co nejúplnější charakteristiky spolehlivosti
2. Snaha o krátkost a nízké náklady zkoušek

Faktor času je zpravidla základním kritériem při výběru metody a objemu zkoušek spolehlivosti. V těchto případech využíváme s výhodou zrychlených zkoušek spolehlivosti. U zrychlených zkoušek rozlišujeme:

- **zkrácené zkoušky**, kdy využíváme metodu zhuštění časového průběhu zkoušek (odstranění prostojů, nepřetržitá pracovní doba aj.) nebo/a zvýšení přesnosti měření výstupních parametrů (moderní měřící metody, extrapolace, statistické zpracování aj.);
- **zpřísněné zkoušky**, které jsou založeny na intenzifikaci probíhajících procesů, vyvolávajících náhlé či degradační procesy (zostření režimu zkoušek tj. zatížení, rychlosti, teplot, nasycení prostředí vhodným abrazivem, vibrace aj. a zostření vlivu faktorů okolního prostředí).

Zkoušky spolehlivosti v reálném provozním režimu práce, např. v oblasti vozidel, jsou obvykle velmi dlouhé a takto získané informace přicházejí se zpožděním, které značně snižuje jejich vypovídací hodnotu a použitelnost. Zkrácení času a tím i nákladů k získání nezbytných informací o spolehlivosti je možno realizovat cestou zrychlených zkoušek. Přitom zrychlenou zkouškou nazýváme takovou zkouškou, která umožní odhadnout potřebné základní ukazatele spolehlivosti v době kratší, než je doba skutečného provozu vozidla, resp. jeho části tj. zkouška, kdy během doby zkoušení t_z získáme odhady ukazatelů spolehlivosti pro celou dobu provozu t, přičemž platí relace $t_z < t$. Následující metodika zrychlených zkoušek má obecnou použitelnost. Přitom se zabýváme takovou zrychlenou zkouškou, kdy mechanismu poruch (např. zvýšeným zatížením, zpřísněním provozního režimu, zvýšením teplot, tlaků aj.), který vede ke zkrácení technického života vozidla, zvýšenému výskytu poruch aj., odpovídá model umožňující přepočítat získané výsledky na normální provozní podmínky. Tento druh zrychlené zkoušky nazýváme zpřísněnou (zostřenou) zkouškou.

Obecně pro exaktní formulaci zrychlené zkoušky nejprve definujme zkušební režim (zatížení), míru technického života a funkci zrychlení zkoušky spolehlivosti. Režimem nazveme vektor $X = \{x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)\}$ charakterizovaný množinou složek, které představují soubor hodnot působících faktorů, např. teplot, tlaků, zatížení, vibrací, vlhkosti, prašnosti, koroze, namáhání aj. Složky $x_i(t)$, $i = 1, 2, ..., n$, jsou obvykle funkcí času a podle jejich druhu může být režim X náhodný nebo deterministický.

Mají-li dva režimy X = $\{x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)\}$ a Y = $\{y_1(t), y\ (t), ..., y_n(t)\}$ stejný počet a druh složek a liší se pouze v jedné z nich při rovnosti ostatních, tj. platí-li $x_i(t) = y_i(t), i \neq k, x_k(t) \neq y_k(t),$ pak takové režimy lze charakterizovat jejich odlišnými složkami $X = x_k(t)$, $Y = y_k(t)$. Tento případ je nejjednodušší a v technické praxi nejvíce rozšířený.

Provozním režimem X_p nazveme takový režim, v němž žádná složka nepřekročí hranice hodnot, které jsou stanoveny technickými podmínkami. K odhadu vlivu provozního režimu na procesy porušování výrobku musí být zavedena odpovídající míra, např. míra technického života. Nechť

$$\omega = F_x(t), \qquad (1)$$

je pravděpodobnost poruchy, případně míra proměnlivosti některého parametru, resp. pracovní charakteristika sledovaného objektu v režimu X aj. Argumentem funkce $F_x(t)$ může být libovolná funkce času, např. počet pracovních cyklů N apod. Za míru technického života, odpovídající úrovni ω budeme považovat čas

$$T_x^{(\omega)} = F_x^{(-1)}(\omega), \qquad (2)$$

kde $F_x^{(-1)}\ (\omega)$ je funkce inverzní k funkci $\omega = F_x(t)$. Jestliže úroveň ω je definovaná jako pravděpodobnost poruchy p, tj. $\omega = p$, pak $T_x^{(p)}$ je 100% kvantil rozdělení $F_x\ (t)$ doby života objektu. Zavedený pojem míry technického života umožňuje formulovat definici zpřísněného režimu Z. Režim Z se nazývá zpřísněným vzhledem k režimu X (symbolicky píšeme $Z > X$), jestliže pro libovolnou úroveň platí nerovnost

$$T_z^{\omega} < T_x^{(\omega)}, \qquad (3)$$

tím je definován tzv. princip zpřísnění. Z uvedeného vyplývá, že možnost zpřísněných zkoušek spolehlivosti závisí na existenci funkčního vztahu, který váže míry technického života a režimy provozu strojního výrobku. Podle (2) lze obecně uvažovat funkční vztah

$$T_x^{(\omega)} = \varphi(X,\omega), \qquad (4)$$

jenž nám umožní formulovat další definici. Funkcí zrychlení zkoušky spolehlivosti nazveme funkci

$$g(X,Z,\omega) = \frac{T_x^{(\omega)}}{T_z^{(\omega)}} \qquad (5)$$

jestliže taková funkce existuje v oblasti režimů E a vektory X, $Z \in E$. Funkce (5) je dána poměrem měr technického života režimů X a Z pro danou úroveň ω. Její existence je postačující podmínkou pro řešení úlohy zpřísněné zkoušky spolehlivosti. Funkce zrychlení má pak následující vlastnosti:

$g\ (X,Z,\omega)$ je kladná funkce, klesající podle X a rostoucí podle Z.

Pro velkou třídu strojních výrobků, např. vozidel a jejich částí, funkce zrychlení zkoušky nezávisí na oblasti režimů E a úrovni ω, tj.

$$g(X,Z,\omega) = g(X,Z) = c\,, \qquad (6)$$

kde c je konstanta, která je pouze funkcí režimů X a Z. Tento případ se nazývá lineární, neboť závislost $T_X^{(\omega)}$ na $T_Z^{(\omega)}$ lze podle (5) napsat ve tvaru

$$T_x^{(\omega)} = c.T_z^{(\omega)} \qquad (7)$$

a představuje přímku procházející počátkem se směrnicí c. Konstanta c se nazývá koeficientem zrychlení.

Metodika zrychlených zkoušek je založena na znalosti zákonitostí spojených s provozem výrobku v různých režimech. Odhad spolehlivosti např. vozidla nebo jeho části v příslušném režimu lze získat pomocí transformací výše uvedených vztahů a pojmů, při přechodu z jednoho režimu na druhý pomocí matematického modelu, který popisuje chování objektu z hlediska technického života v oblasti daných režimů, a který v sobě zahrnuje režimy zkoušek. Takový model zavedeme na základě principu, který spočívá v tom, že v oblasti režimů E závisí spolehlivost vozidla na velikosti vyčerpání technického života, ale zároveň nezávisí na tom, jak k tomuto vyčerpání došlo. Tento princip se nazývá fyzikálním principem spolehlivosti a můžeme jej vyjádřit rovnicí

$$F_x(t_x) = F_z(t_z). \qquad (8)$$

Pracuje-li výrobek (součást aj.) ve stupňovitě se měnícím režimu silového (momentového) nebo rychlostního zatížení

$$X = \begin{cases} x_1, & pro \quad 0 \le t < t_1 \\ x_2, & pro \quad t_1 \le t < t_1 + t_2 \\ \vdots & \\ x_\upsilon, & pro \quad \sum_{i=1}^{\upsilon-1} t_i \le t < \sum_{i=1}^{\upsilon} t_i \end{cases}$$

v němž na každém stupni bylo dosaženo úrovně $i = 1,2,\ldots\ldots, \upsilon$, lze fyzikální princip spolehlivosti kvantitativně vyjádřit vztahem

$$T_z^{(\omega_k)} = t_1 g(Z, X_1, \omega_1) + \sum_{i=2}^{k} \left\{ T_x^{(\omega_i)} g(Z, X_i, \omega_i) - T_x^{(\omega_{i-1})} g(Z, X_i, \omega_{i-1}) \right\}. \qquad (9)$$

Vztah (9) se získá z podmínky rovnosti úrovní ω při přechodu ze stupně na stupeň tj.

$$\omega_i(T_{xi}) = \omega_j(T_{xj}), \qquad (10)$$

což je modifikované vyjádření vztahu (8) a pro lineární případ se vztah (9) zjednoduší na tvar

$$T_Z^{(\omega_k)} = \sum_{i'=1}^{k} t_i \, g(Z, X_i), \qquad (11)$$

kde t_i je doba zkoušení v režimu X_i a

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{t_i}{T_{xi}^{(\omega_k)}} = 1. \qquad (12)$$

Z praxe je známo, že pro velký počet výrobků, např. pro ložiska, vozidla, aj., platí při provádění zrychlených zkoušek lineární vztahy. Platí-li v oblasti E lineární vztahy, pak vždy jeden soubor výrobků se zkouší ve zpřísněném režimu $Z \in E$. Současně se zkouší druhý soubor analogických výrobků jednou ze dvou následujících metod (obecně lze pro lineární případ formulovat šest metod).

5.1 **Metoda 1**

Do dosažení úrovně ω_1 v režimu $X \in E$, jenž odpovídá provozním podmínkám, odhadneme koeficient zrychlení ze vztahu (7) pro úrovně ω_1, resp. ω_i .

Metodu lze upřesnit tak, že provedeme zkoušku v režimu X do úrovní $\omega_1, \omega_2, \ldots\ldots \omega_k$, pro $k<n$ a vypočítáme průměrný koeficient zrychlení

$$\bar{c} = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k} c_j \, , \qquad (13)$$

kde pro výpočet c_j použijeme rovnici (7).

5.2 **Metoda 2**

Předpokládejme, že rozdělení doby do poruchy *F (t)* je v obou případech režimů *X*, $Z \in E$ dáno dvouparametrickým Weibullovým rozdělením, jehož distribuční funkci budeme uvažovat ve tvaru

$$F_x(t_x) = 1 - \exp\left(\frac{t_x}{d_x}\right)^{b_x} , \qquad (14)$$

jde-li o provozní režim *X*, resp.

$$F_z(t_z) = 1 - \exp\left(\frac{t_z}{d_z}\right)^{b_z} , \qquad (15)$$

jde-li o zpřísněný režim.

Z platnosti fyzikálního principu spolehlivosti (8) s uvážením vztahů (14) a (15), dostaneme

$$\left(\frac{t_x}{d_x}\right)^{b_x} = \left(\frac{t_z}{d_z}\right)^{b_z} , \qquad (16)$$

Aby platil předpoklad linearity, musí se parametry tvaru rozdělení rovnat tj. $b_x = b_z$, takže

$$\frac{t_x}{d_x} = \frac{t_z}{d_z} \, . \qquad (17)$$

5.2.1 Podle definice funkce zrychlení zkoušky pro lineární případ (5) a (6) je proto

$$c = \frac{t_x}{t_z} = \frac{d_x}{d_z} \, , \qquad (18)$$

neboli koeficient zrychlení *c* lze odhadnout pomocí parametrů měřítka obou rozdělení za předpokladu, že hodnoty argumentů obou souborů nejsou transformovány.

4. ZÁVĚR

Popsaná metodika zrychlených, resp. zpřísněných zkoušek je teoretickým základem, který umožňuje praktický postup při zkouškách různých výrobků. V sylabu byla stručně uvedena metodika zpřísněných zkoušek, které vyžadují přepočet (pomocí koeficientu zrychlení) na podmínky běžného provozu. Zkoušky se zrychleným časovým průběhem pak nevyžadují přepočty na normální provoz. Jedná-li se o zkoušky, které využívají zrychleného modelu celého provozního nasazení, pak pravděpodobně nelze najít univerzální metodiku, ale každý případ je nutno řešit individuálně, podle režimu provozu, povahy a vlastností zkoušené strojní součásti aj

LITERATURA:

[1] ČASNÝ,O.-STODOLA,J.: Zrychlené zkoušky spolehlivosti strojních výrobků. Sborník VA Brno řady B (technická) Č. 3, Brno, 1988 (str. 37 – 45)
[2] DANĚK,A.-ŠIROKÝ,J.-FAMFULÍK,J.: Výpočetní metody obnovy dopravních prostředků. Institut dopravy FS VŠB – TU Ostrava, 1999, ISBN 80-86122-41-7
[3] HOLUB,R.: Zkoušky spolehlivosti. Skripta VA S-1590, Brno1992
[4] HOLUB,R.-VINTR.Z.: Základy spolehlivosti. Skripta VA S-2257, Brno 2002
[5] JAROŠ,F.: Metodika zrychlených zkoušek spolehlivosti při zpřísněných režimech. Praha, SVÚSS, 1974
[6] MIKISKA,A.: Bezpečnost a spolehlivost technických systémů. Vydavatelství ČVUT Praha, 2004 ISBN 80-01-02868-2
[7] PÍŠTĚK,V.- NOVOTNÝ,P.-STODOLA,J.-KAPLAN,Z-RAMÍK,P.: Virtual Engine – a Tool for Military Truck Reliability Increase. AVT RTO NATO podporovaný projekt CZ001. VUT Brno, Univerzita obrany Brno, Otto-von-Guricke University Magdeburg. Publikováno v elektronické podobě AVT PBW. Paříž 2004
[8] STODOLA,J.: Provozní spolehlivost a diagnostika. Vysokoškolská učebnice U-1183. Brno, 2002 ISBN 80-85960-43-5
[9] STODOLA,J.: Provozní spolehlivost automobilů. Skripta VA, Brno, 1984, S-373/I a II
[10] STODOLA,J.: Zpřísněné zkoušky spolehlivosti strojních součástí. 6. mezinárodní vědecká konference TRANSFER 2004. Trenčín 2004 ISBN 80-8075-030-0, EAN 978808750305 (str. 448 – 453)
[11] STODOLA,J.: Metodika zrychlených zkoušek spolehlivosti strojírenských výrobků. TD2004 – DIAGON 2004. Zlín 2004 ISBN 80-7318-195-9 (str. 47 – 54)
[12] VORLÍČEK, Z.: Spolehlivost a diagnostika výrobních strojů. Skripta FS ČVUT, Praha, 1991 ISBN 80-01-00510-0