

Přehled metod regulace procesů při různých typech chování procesu

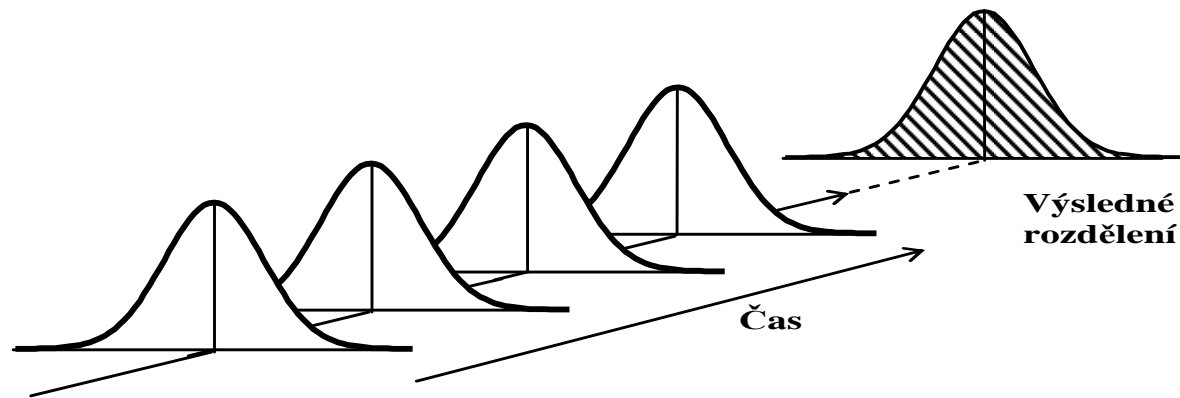
Eva Jarošová, Darja Noskievičová
Škoda Auto Vysoká škola, VŠB Ostrava

ČSJ 17.9.2015

Typy procesů (ČSN ISO 21747)

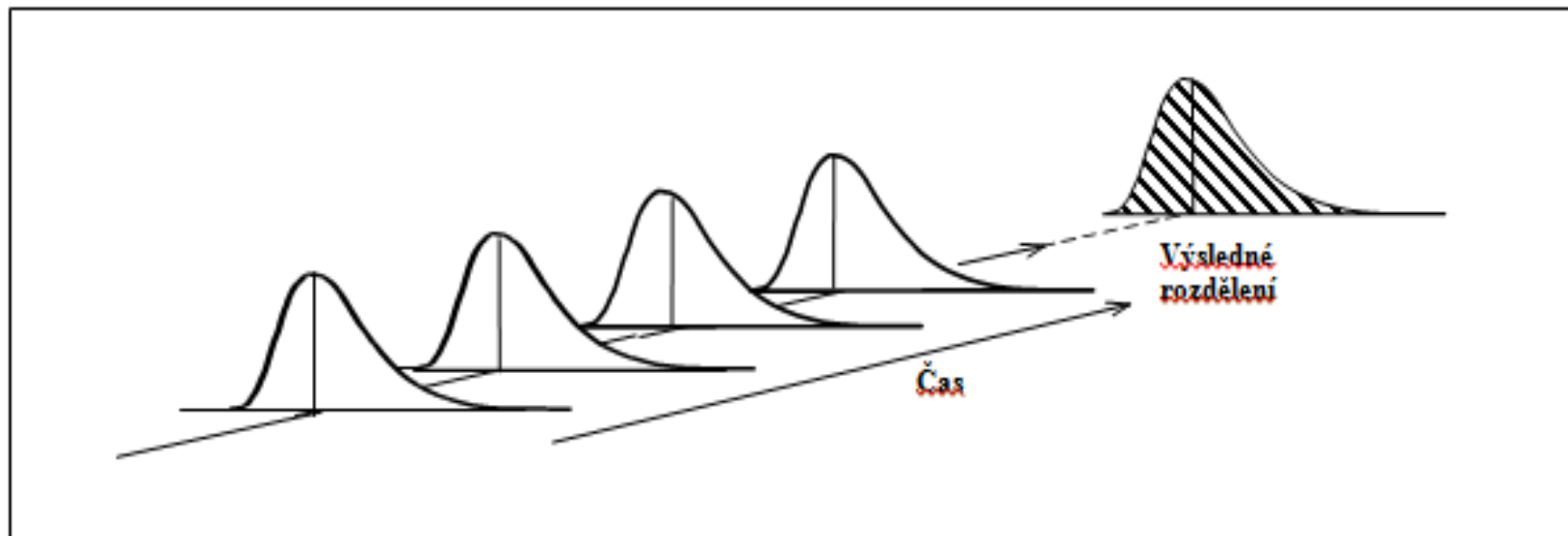
Model	Okamžité rozdělení	Parametr polohy	Parametr variability	Výsledné rozdělení	Pozn.: Studie 825 procesů
A1	normální	konstantní	konstantní	normální	1,8%
A2	jednovrcholové	konstantní	konstantní	jednovrcholové	2,4%
B	normální	konstantní	systematické a náhodné změny	jednovrcholové	0,4%
C1	normální	náhodné změny	konstantní	normální	35,8%
C2	normální	náhodné změny	konstantní	jednovrcholové	
C3	libovolné	systematické změny	konstantní	libovolné	4,7%
C4	libovolné	systematické a náhodné změny	konstantní	libovolné	
D	libovolné	systematické a náhodné změny	systematické a náhodné změny	libovolné	55%

Procesy typu A1



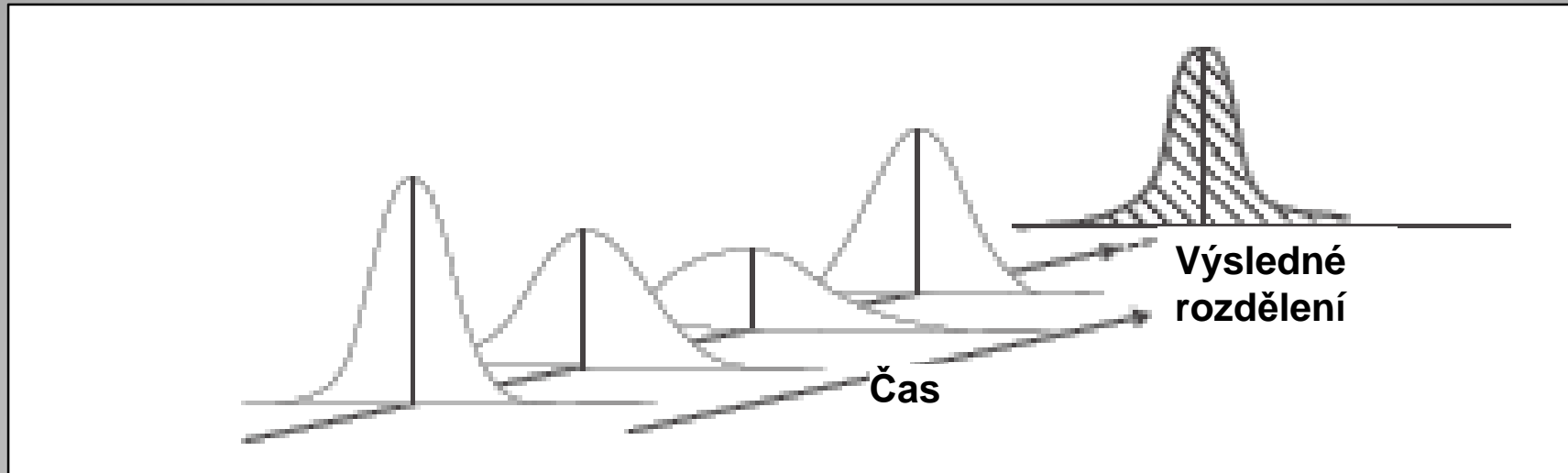
- konstantní střední hodnota
 - konstantní rozptyl
 - okamžité rozdělení normální
 - výsledné rozdělení stejné jako okamžité rozdělení
- jediný typ procesu, kde jsou vhodné klasické Shewhartovy regulační diagramy

Procesy typu A2



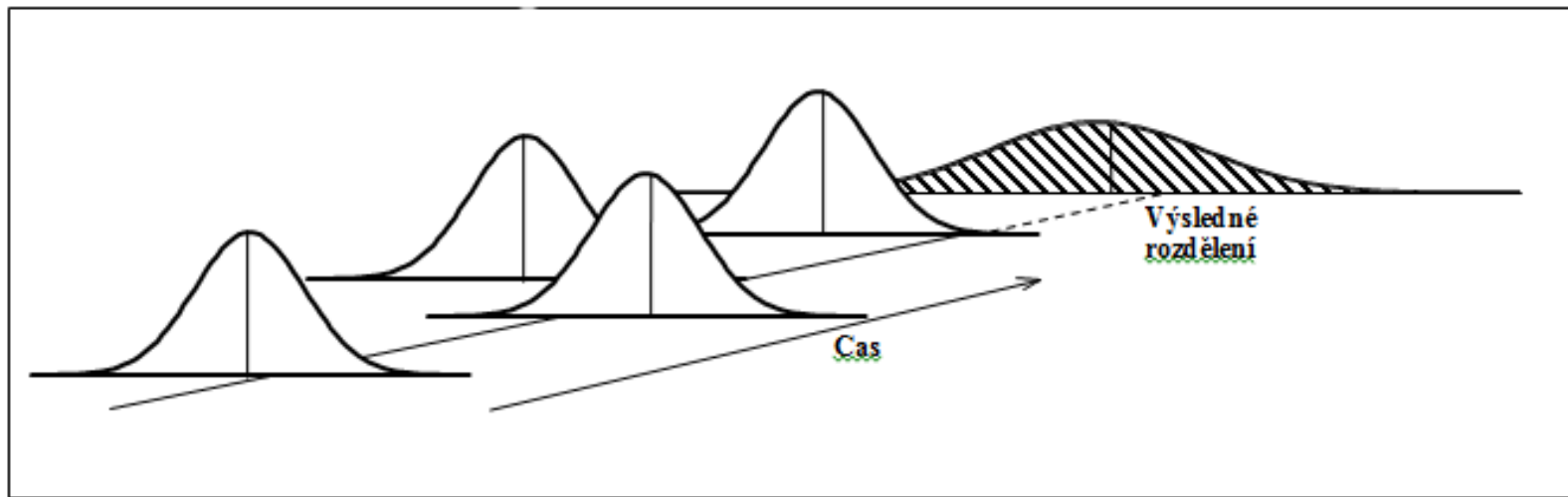
- konstantní střední hodnota
- konstantní rozptyl
- okamžité rozdělení jednovrcholové
- výsledné rozdělení stejné jako okamžité rozdělení

Procesy typu B



- konstantní střední hodnota
- proměnný rozptyl (změny náhodné nebo systematické)
- okamžité rozdělení normální
- výsledné rozdělení jednovrcholové, ale již nikoliv normální

Procesy typu C1

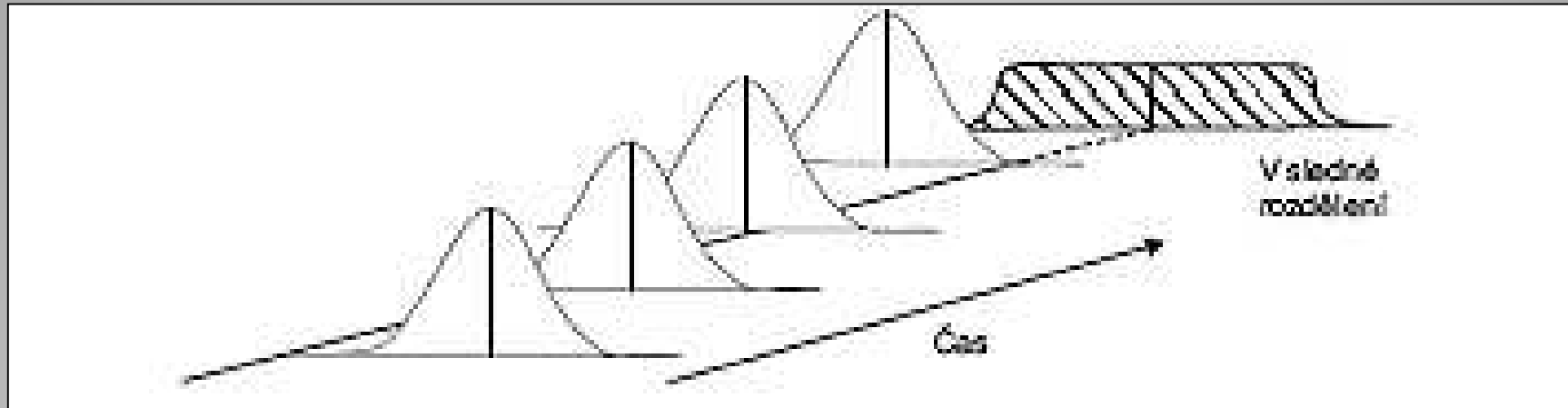


- náhodné změny střední hodnoty
- rozptyl konstantní
- okamžité rozdělení normální
- výsledné rozdělení normální

Procesy typu C2

- náhodné změny střední hodnoty
- rozptyl konstantní
- okamžité rozdělení normální
- výsledné rozdělení jednovrcholové, ale jiné než normální

Procesy typu C3

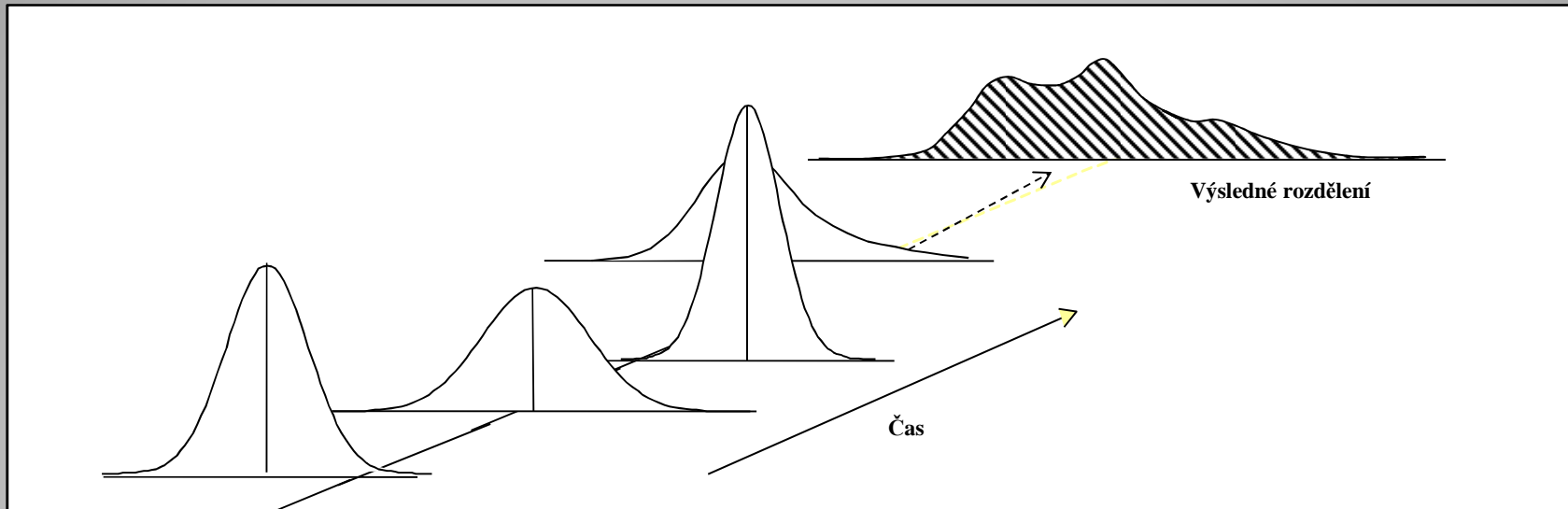


- systematické změny střední hodnoty
- rozptyl konstantní
- okamžité rozdělení libovolné
- výsledné rozdělení libovolné

Procesy typu C4

- systematické i náhodné změny střední hodnoty
- rozptyl konstantní
- okamžité rozdělení libovolné
- výsledné rozdělení libovolné

Procesy typu D



- systematické i náhodné změny střední hodnoty
- systematické i náhodné změny rozptylu
- okamžité rozdělení libovolné
- výsledné rozdělení je směsí nejrůznějších rozdělení, obecně multimodální
 - jeho modelování je obtížné
 - teoreticky je možné využít systém Burrových nebo Pearsonových křivek či Johnsonovu transformaci
- v případě multimodálního rozdělení - možné využít modelů směsí

Typy procesu a vhodné metody SPC

Nesplněný předpoklad	Typ procesu	Metoda SPC
Žádný	A1	– Klasické Shewhartovy regulační diagramy
Normalita dat	A2	– Regulační diagramy s nesymetrickými mezemi
Neměnnost parametrů rozdělení	B, C1- C4, D	– Modifikované regulační diagramy – Přejímací regulační diagramy – Regresní regulační diagramy – Regulační diagramy s rozšířenými mezemi

Identifikace typu procesu

Posouzení

- normality okamžitého rozdělení
- normality výsledného rozdělení
- neměnnosti střední hodnoty
- neměnnosti rozptylu

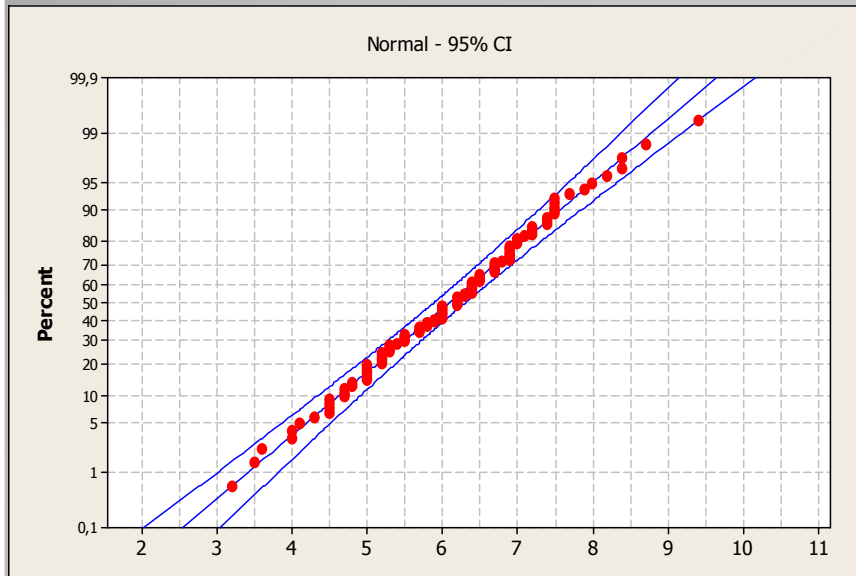
Ověřování normality

- Graficky (pravděpodobnostní graf, Q-Q, P-P)
- Testy normality

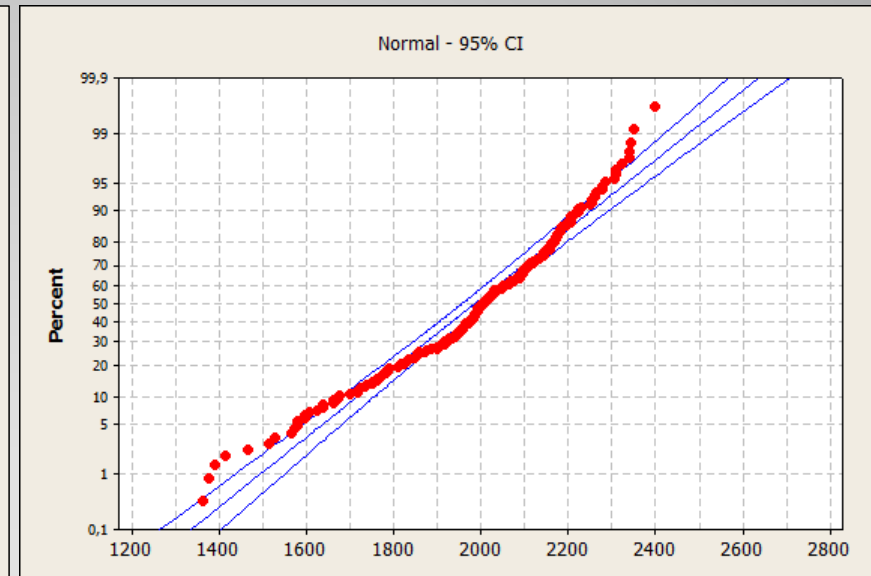
- Aplikace na naměřená data
 - ověření normality výsledného rozdělení
- Aplikace na rezidua modelu ANOVA nebo regresního modelu
 - ověření normality okamžitého rozdělení

Ověřování normality

Pravděpodobnostní graf (Minitab)



Splněný předpoklad normality



Nesplněný předpoklad normality

Q-Q graf v Excelu

Ověřování normality

Testy normality

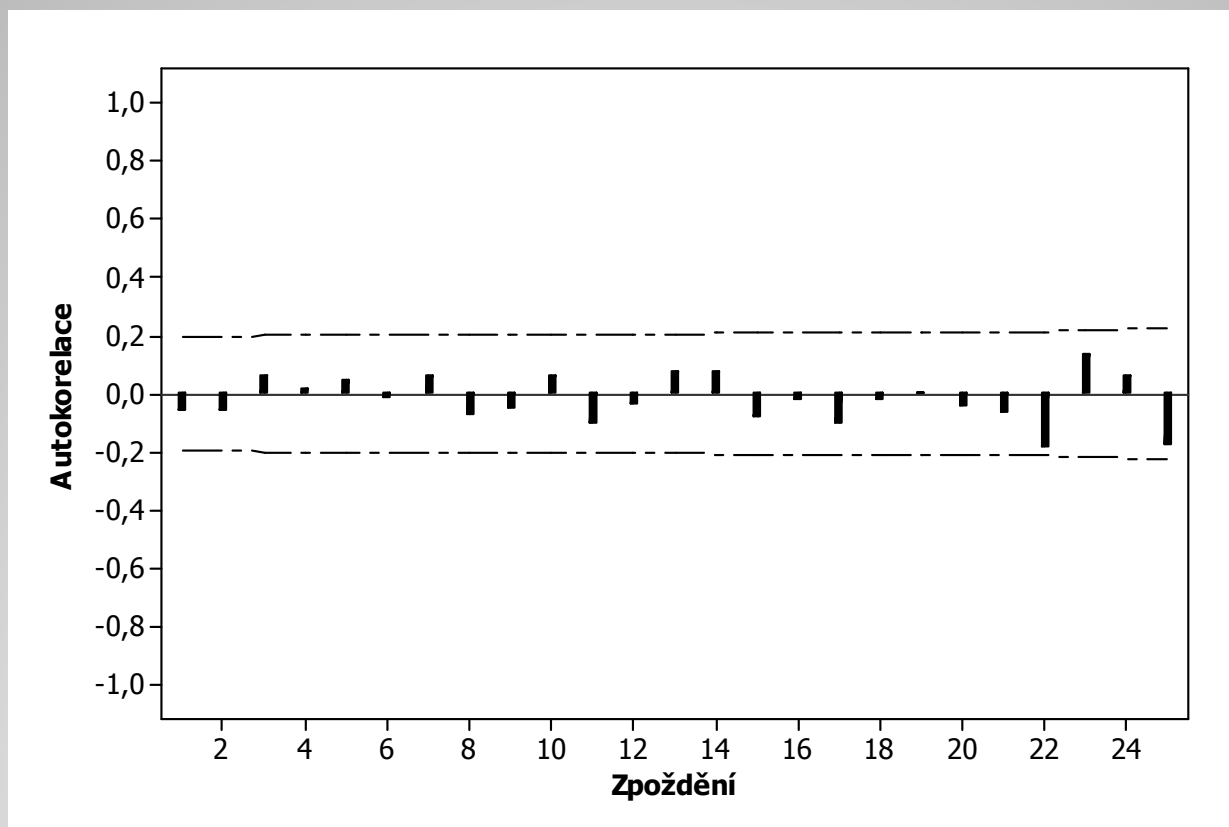
- Kolmogorov-Smirnov (Lilliefors)
- Anderson-Darling (AD)
- Cramér-von Mises
- Chí-kvadrát
- Shapiro-Wilk
- Ryan-Joiner (RJ)
- Výběrová šikmost a špičatost
- Jarque a Bera
- D'Agostino-Pearson

Shoda rozptylů - statistické testy

Test	Předpoklad normality	Stejný rozsah skupin dat	Velikost skupiny dat > 6
Cochranův	x	x	
Hartleyův	x	x	
Bartlettův	x		x
Levenův			
O'Brianův			
Brownův-Forsythův			

Shoda rozptylů – grafické metody

- graf autokorelační funkce – korelogram



Regulační diagramy pro typ A2

- zajištění dostatečně velkého rozsahu podskupin
 - Shewhartův diagram
- volba vhodnějšího modelu
 - diagram s asymetrickými mezemi
- transformace
 - Shewhartův diagram pro transformovaná data
 - diagram s asymetrickými mezemi pro původní znak
- EWMA diagram
- neparametrický regulační diagram

Volba modelu

- Na základě fyzikální podstaty, zkušenosti, ...
 - Vhodné v případě diagramu pro individuální hodnoty
 - Rozdělení průměrů lze odvodit jen výjimečně
- Identifikace na základě dat
 - Diagram pro individuální hodnoty
 - Pojmenované rozdělení (Weibullovo, lognormální, ...)
předpokládá se vhodný statistický software
test dobré shody, různá rozdělení, volba modelu s nejvyšší nebo dostatečně vysokou p-hodnotou
 - Pearsonovy nebo Burrovy křivky
vhodný software nebo Excel a postup podle Clementse (1989)
 - Diagram pro průměry
 - Pearsonovy nebo Burrovy křivky
nedostatek hodnot pro identifikaci rozdělení průměrů, vychází se z individuálních hodnot, viz ukázka 2

Transformace

- Boxova-Coxova

nejjednodušší tvar $y = x^\lambda$ pro $\lambda \neq 0$

$y = \ln x$ pro $\lambda = 0$

vhodný software, možno i Excel

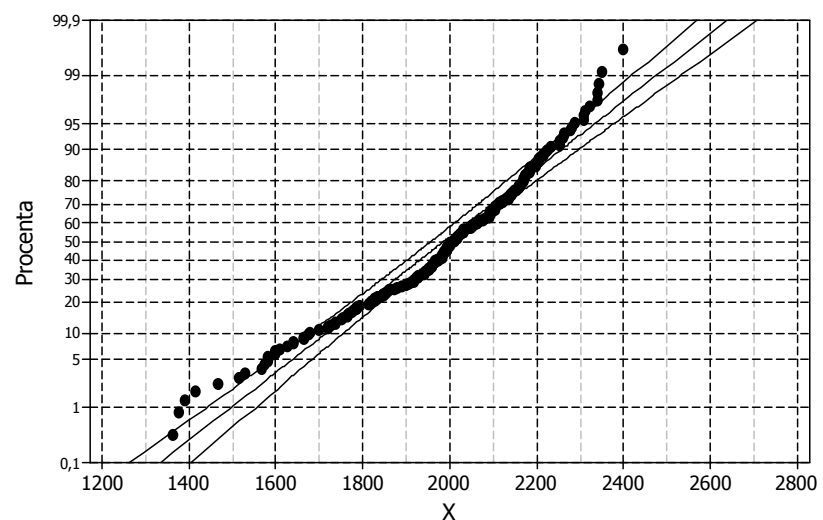
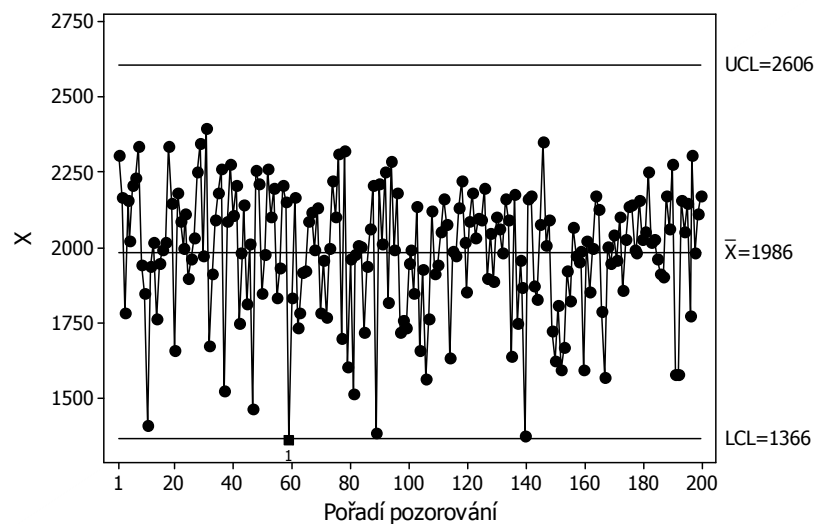
- Johnsonova

tři typy křivek, volba vhodného typu a odhad parametrů vyžaduje vhodný statistický software

Ověření vhodnosti transformace pomocí normálního pravděpodobnostního grafu či testu normality

Ukázka 1

Velikost tahového napětí (v MPa) – individuální data



Shewhartův diagram

AD test p-hodnota $<0,005$

RJ test p-hodnota $<0,01$

Pravděpodobnostní graf
pro normální rozdělení

Identifikace modelu

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P	LRT P
Normal	1,955	<0,005	
Box-Cox Transformation	0,406	0,347	
Lognormal	3,477	<0,005	
3-Parameter Lognormal	1,958	*	0,000
Exponential	73,858	<0,003	
2-Parameter Exponential	39,732	<0,010	0,000
Weibull	0,299	>0,250	
3-Parameter Weibull	0,261	>0,500	0,724
Smallest Extreme Value	0,285	>0,250	
Largest Extreme Value	7,512	<0,010	
Gamma	2,917	<0,005	
3-Parameter Gamma	2,430	*	0,012
Logistic	1,379	<0,005	
Loglogistic	2,220	<0,005	
3-Parameter Loglogistic	1,382	*	0,001
Johnson Transformation	0,247	0,752	

Diagram s asymetrickými mezemi pro individuální hodnoty

Model: Weibullovo rozdělení
odhad parametrů metodou maximální věrohodnosti
odhad kvantilů

$$X_{0,00135} = 1176$$

$$X_{0,5} = 2012$$

$$X_{0,99865} = 2442$$

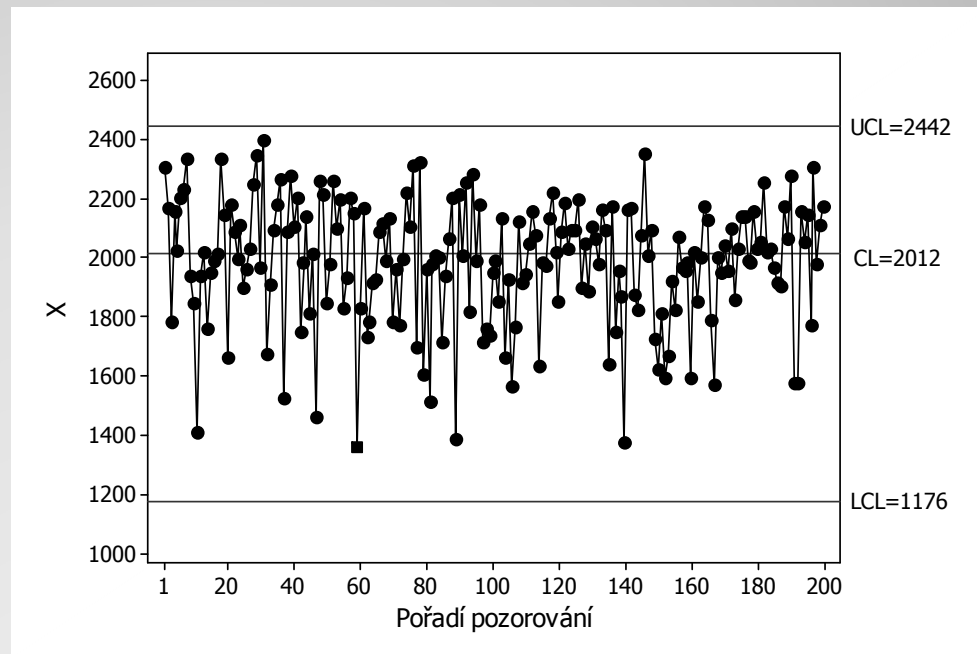
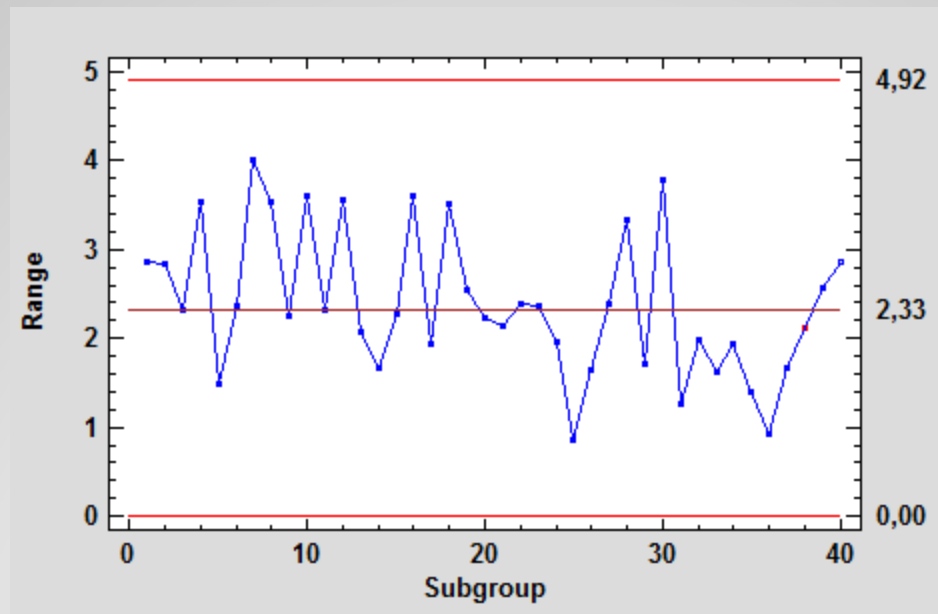


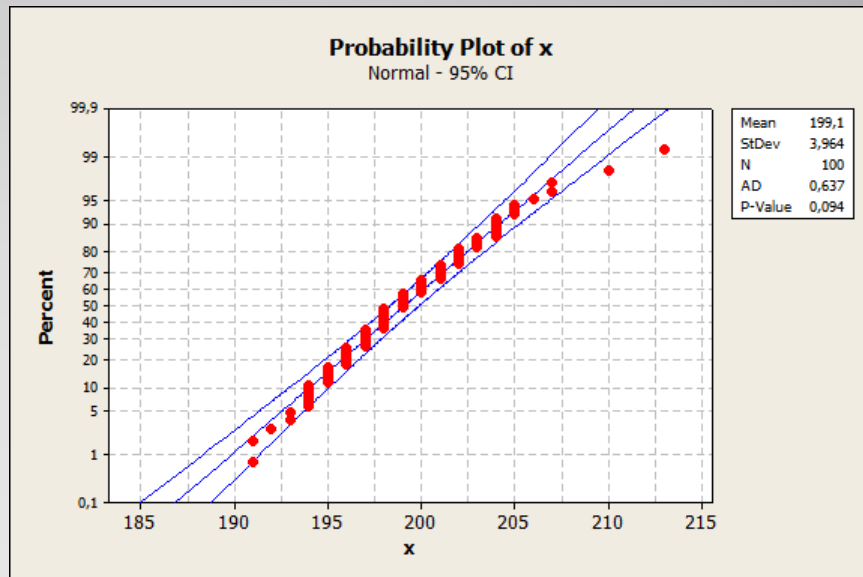
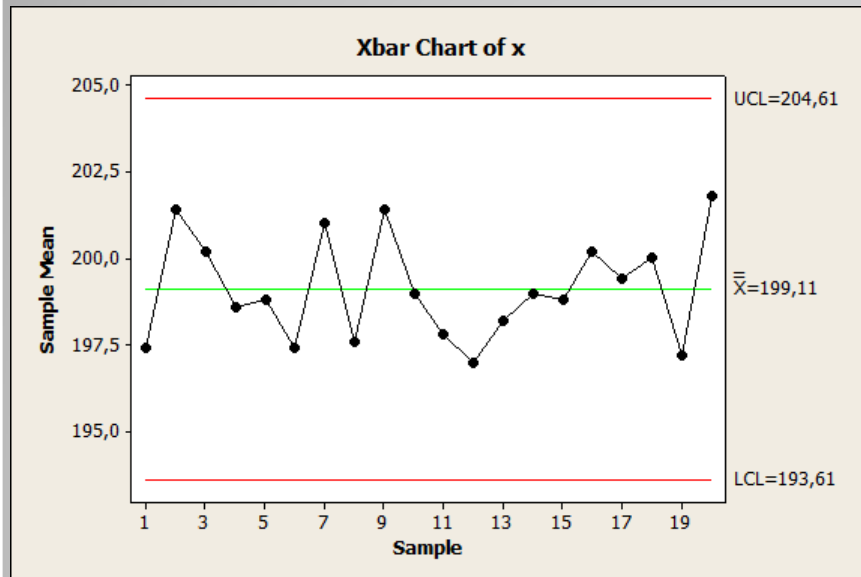
Diagram pro klouzavá rozpětí

- Diagram pro klouzavá rozpětí původního znaku
- Diagram pro klouzavá rozpětí transformovaného znaku – z-skórů $\Phi^{-1}(F(x_i))$ (Statgraphics)



Ukázka 2

Kapacita elektrolytických kondenzátorů (μF),
podskupiny s rozsahem $n = 5$



Shewhartův diagram

AD test p-hodnota = 0,094

RJ test p-hodnota > 0,1

Pravděpodobnostní graf
pro normální rozdělení

Diagram s asymetrickými mezemi pro průměr

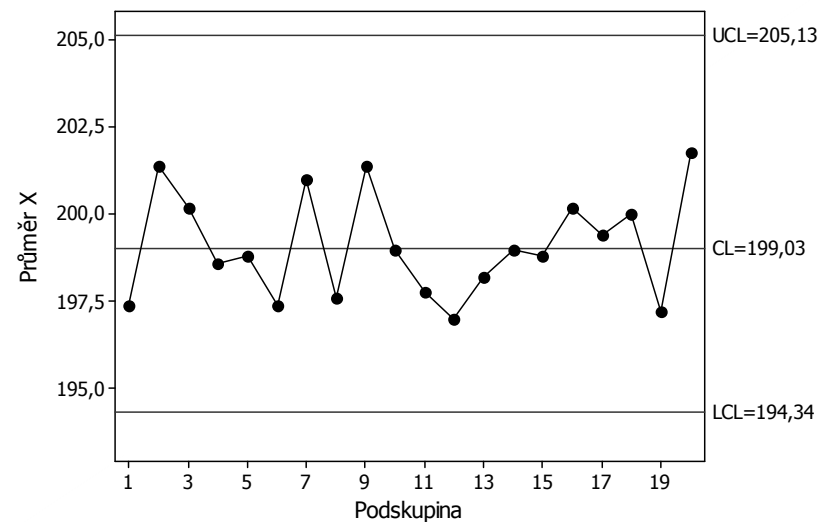
Využití Pearsonovy křivky

- Výpočet výběrové šikmosti a špičatosti na základě 100 individuálních hodnot
- Odvození výběrové šikmosti a špičatosti rozdělení průměrů (rozsah $n = 5$)
- Výpočet kvantilů (Clements. 1989)

$X_{0,00135}$

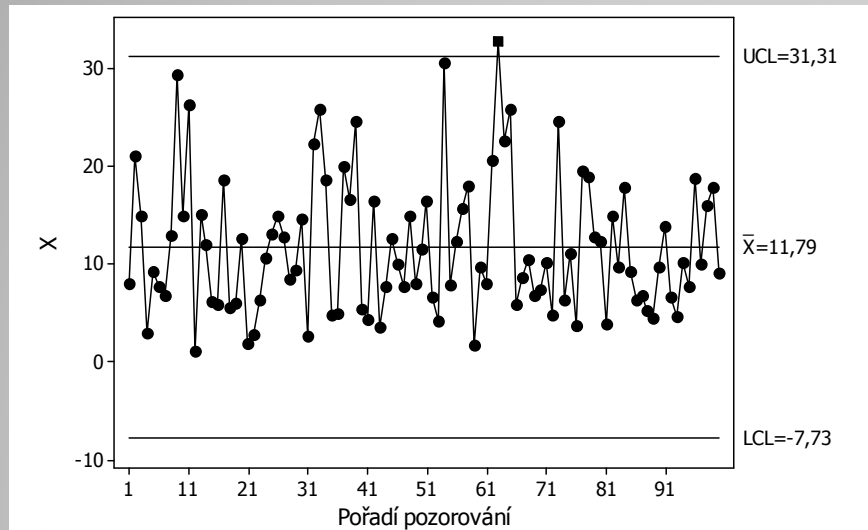
$X_{0,5}$

$X_{0,99865}$



Ukázka 3

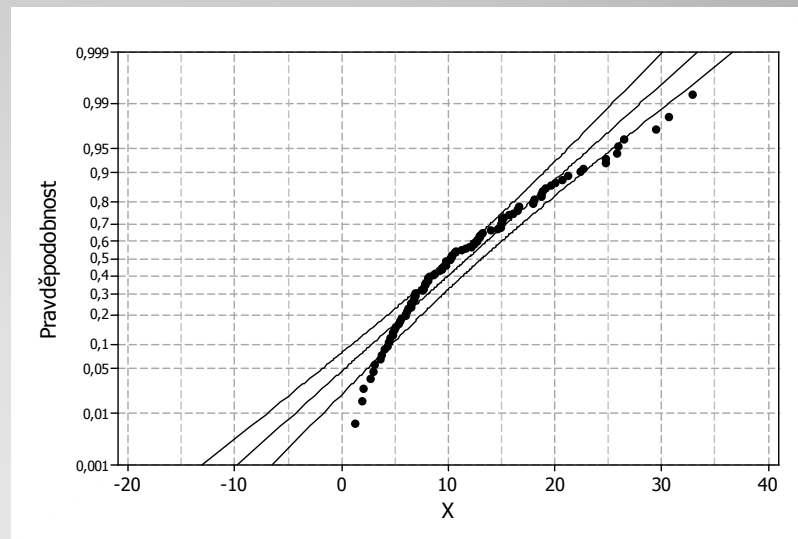
Generovaná data



Shewhartův diagram

AD test p-hodnota $< 0,005$

RJ test p-hodnota $< 0,01$



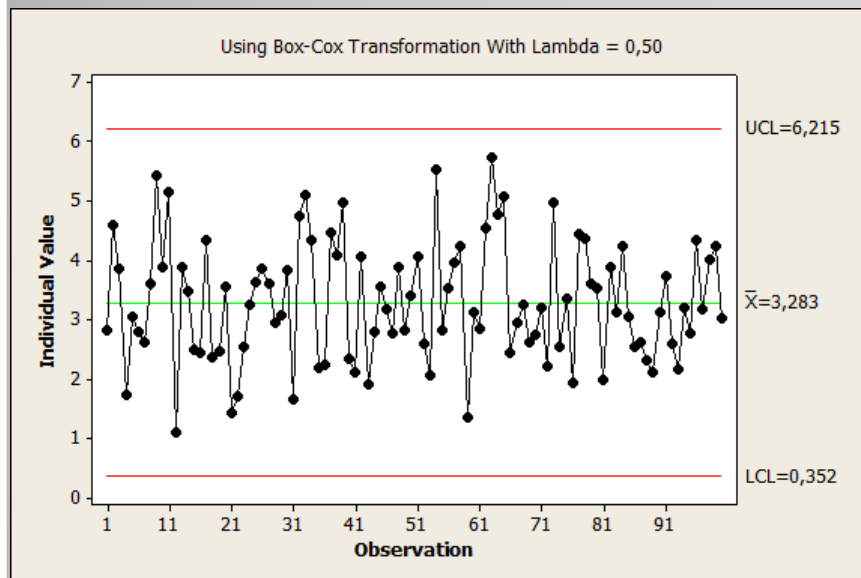
Pravděpodobnostní graf
pro normální rozdělení

Transformace Box-Cox

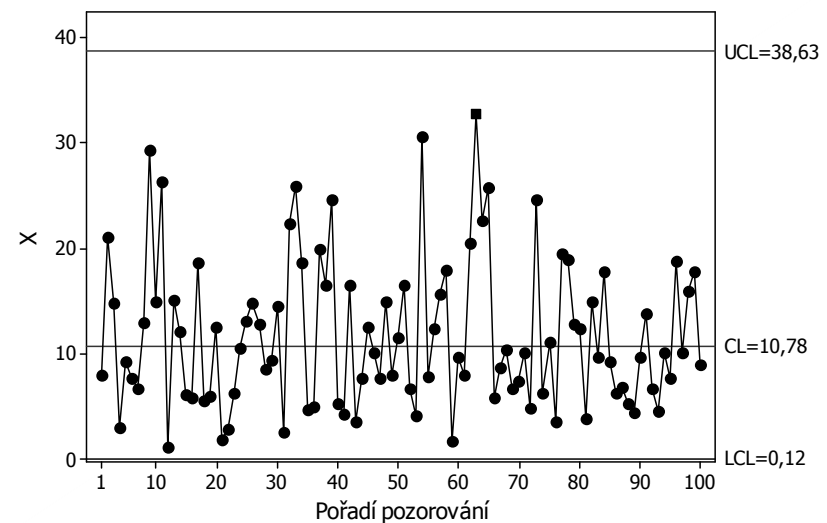
Boxova-Coxova transformace $Y = X^{0,5}$

Shewhartův diagram pro individuální hodnoty Y (Minitab)

Zpětná transformace $X = Y^2$ (pouze pro individuální data)



Shewhartův diagram pro Y

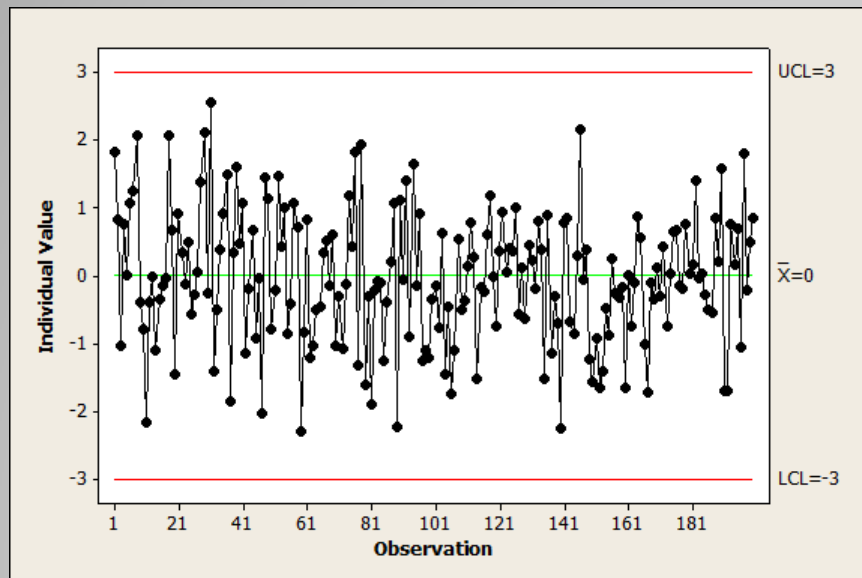


Asymetrické meze pro X

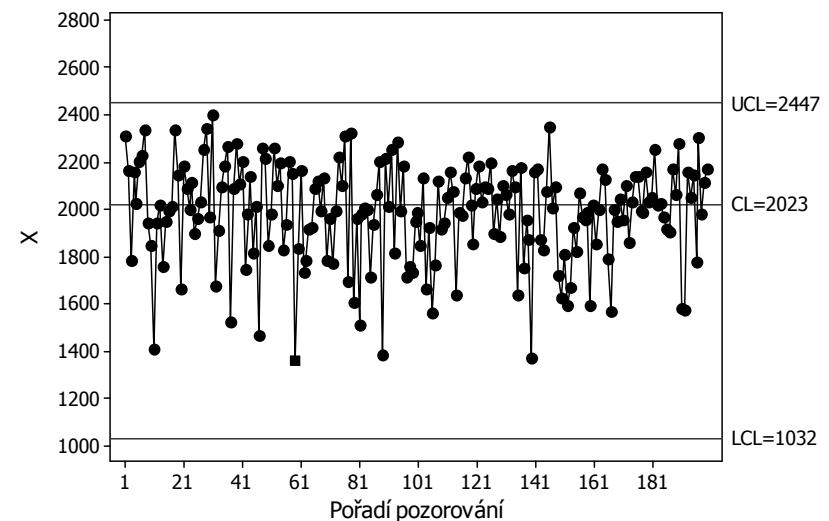
Ukázka 4

Proces z ukázky 1, Johnsonova transformace

$$Y = 3,38109 + 2,85043 \cdot \operatorname{arcsinh}[(X - 2489,35)/314,327]$$



Shewhartův diagram pro Y



Asymetrické meze pro X

Zpětná transformace: Excel, Hledání řešení

$$3,38109 + 2,85043 \cdot \operatorname{arcsinh}((X - 2489,35)/314,327) = 3$$

$$3,38109 + 2,85043 \cdot \operatorname{arcsinh}((X - 2489,35)/314,327) = 0$$

$$3,38109 + 2,85043 \cdot \operatorname{arcsinh}((X - 2489,35)/314,327) = -3$$

Ukazatele způsobilosti pro typ A

$$C_p = \frac{USL - LSL}{x_{0,99865} - x_{0,00135}}$$

$$C_{pkU} = \frac{USL - \mu}{x_{0,99865} - x_{0,5}}$$

$$C_{pkL} = \frac{\mu - LSL}{x_{0,5} - x_{0,00135}}$$

$$C_{pk} = \min(C_{pkU}, C_{pkL})$$

Ověřování konstantní střední hodnoty - ANOVA

střední hodnota jako náhodná veličina – rozptyl σ_A^2

test $H_0 : \sigma_A^2 = 0$

model ANOVA s náhodnými efekty (faktor – podskupina)

F-test, při p-hodnotě menší než 0,05 zamítnutí H_0

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupně volnosti	Průměrný čtverec	<i>F</i>	P-hodnota
Podskupiny	SSA	k-1	$MSA = SSA/(k-1)$	MSA/MSE	
Reziduální	SSE	k(n-1)	$MSE = SSE/(kn-k)$		
Celkový	SST	kn-1			

k ... počet podskupin

n ... rozsah podskupin

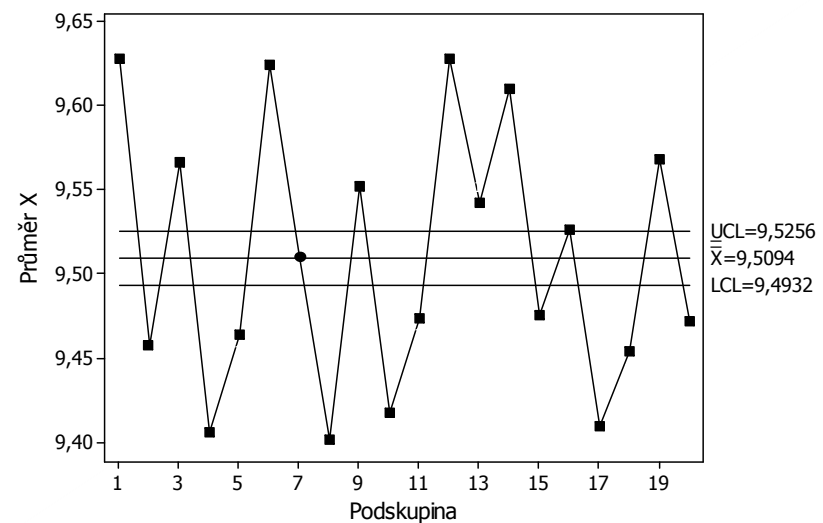
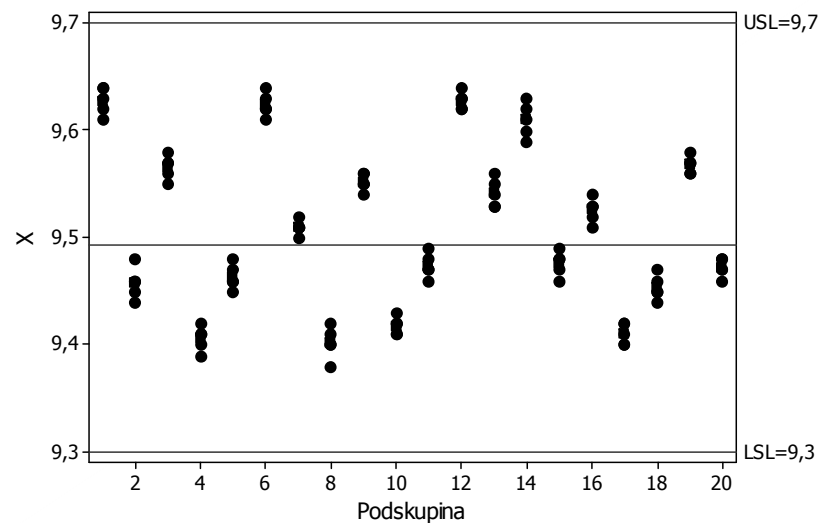
Regulační diagramy pro typ C

- Regulační diagram s rozšířenými mezemi
- Modifikovaný regulační diagram
- Přejímací regulační diagram
- Regresní regulační diagram

Ukázka 5

Podskupiny s rozsahem 5

rozdíly mezi dávkami, ve vstupních materiálech, v okolních podmínkách atd. větší než kolísání mezi jednotlivými vzorky v podskupině
všechny hodnoty uvnitř tolerance



Shewhartův diagram pro průměry

Využití ANOVA ke konstrukci rozšířených regulačních mezí

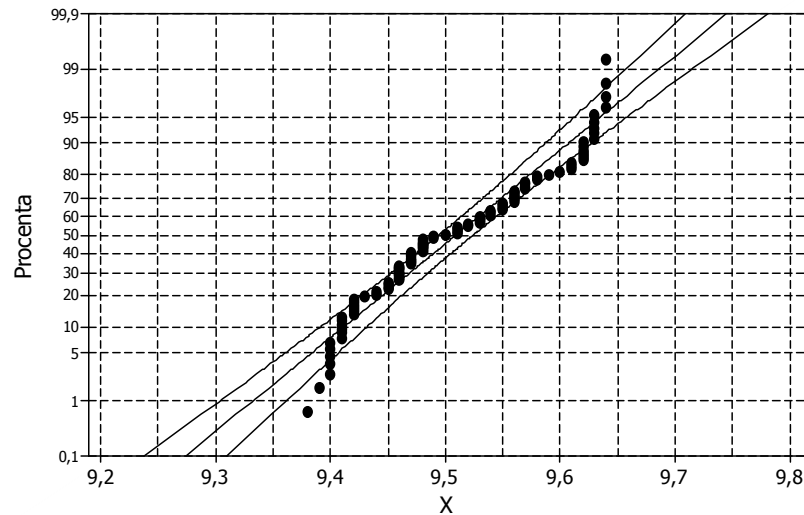
- F-test (zamítnutí hypotézy o konstantní střední hodnotě)
- odhad rozptylu σ_A^2 a vnitroskupinové variability σ^2
- posouzení normality okamžitého rozdělení na základě reziduí

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupně volnosti	Průměrný čtverec	<i>F</i>	P-hodnota
Podskupiny	0,5659	19	<i>MSA</i> = 0,0298	231,78	0,0000
Reziduální	0,0103	80	<i>MSE</i> = 0,0001		
Celkový	0,5762	99			

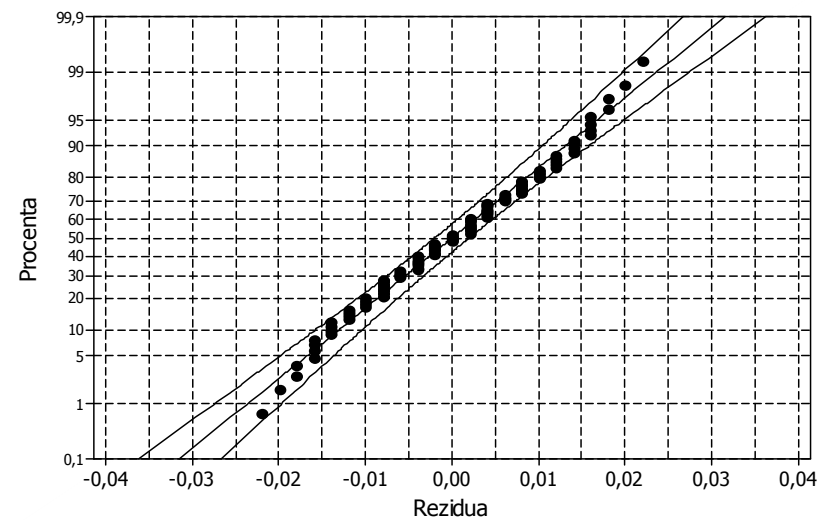
$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{MSA - MSE}{n}$$

$$\hat{\sigma}^2 = MSE$$

Tvar rozdělení



Výsledné rozdělení (původní hodnoty)



Okamžité rozdělení (rezidua)

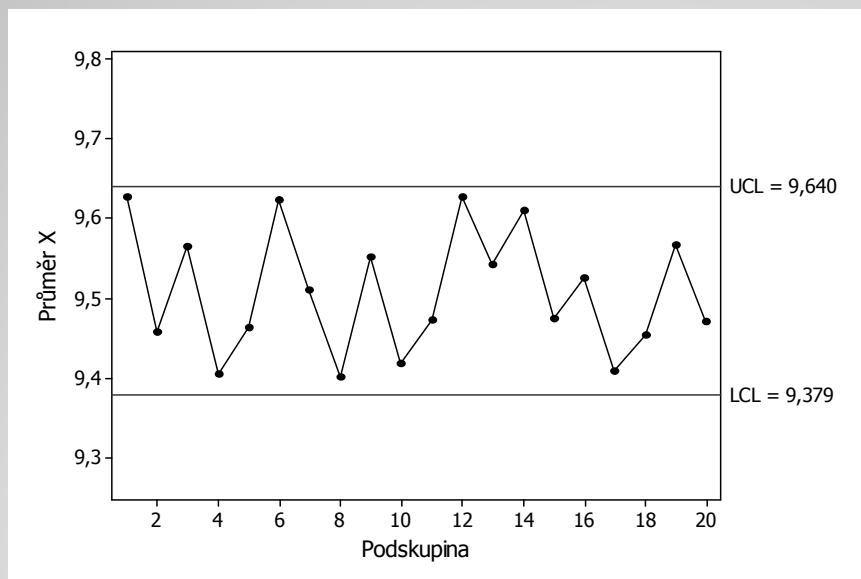
Diagram s rozšířenými mezemi

$$UCL = \bar{\bar{x}} + \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} + \Delta$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} - \Delta$$

$$\Delta = 1,5\hat{\sigma}_A$$

(Dietrich, Schulze, 2010)



$$UCL = \hat{\mu} + \left(1,5\hat{\sigma}_A + 3\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right)$$

$$LCL = \hat{\mu} - \left(1,5\hat{\sigma}_A + 3\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right)$$

Diagram s rozšířenými mezemi další metody konstrukce

na základě odhadu rozptylu průměrů

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}}^2 = s_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2 \quad (\text{libovolné rozdělení})$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}}^2 = \left(\frac{\overline{MR}_{\bar{x}}}{1,128} \right)^2 \quad (\text{normální rozdělení})$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=2}^k MR_{\bar{x}}^2}{k-1} \quad (\text{normální rozdělení})$$

Rozdělení průměrů normální: $UCL = \hat{\mu} + 3\hat{\sigma}_{\bar{x}} \quad LCL = \hat{\mu} - 3\hat{\sigma}_{\bar{x}}$

Rozdělení průměrů rovnoměrné:

$$\hat{x}_{0,9865} = \hat{\mu} + 0,9865 \cdot \sqrt{3}\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \hat{\mu} + 1,7\hat{\sigma}_{\bar{x}}$$

$$\hat{x}_{0,00135} = \hat{\mu} - 0,9865 \cdot \sqrt{3}\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \hat{\mu} - 1,7\hat{\sigma}_{\bar{x}}$$

Modifikovaný regulační diagram

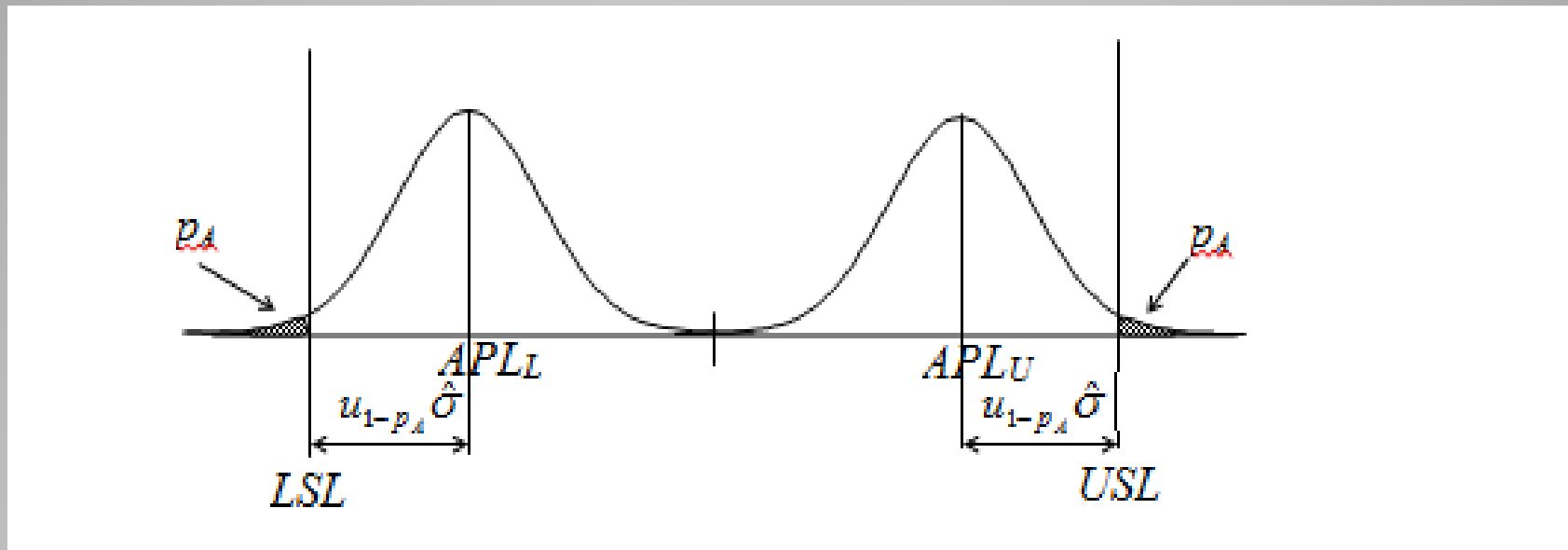
Regulační meze odvozené od tolerančních mezí *USL* a *LSL*

Předpoklady:

- $(USL - LSL) > 8\sigma$
- proces je z hlediska inherentní variability statisticky zvládnutý
- okamžité rozdělení sledovaného znaku kvality je normální

Modifikovaný regulační diagram

- Stanovení intervalu přípustné fluktuace střední hodnoty (APL_L ; APL_U)



$$APL_L = LSL + u_{1-p_A} \hat{\sigma}$$

$$APL_U = USL - u_{1-p_A} \hat{\sigma}$$

p_A - maximálně přípustný podíl neshodných jednotek

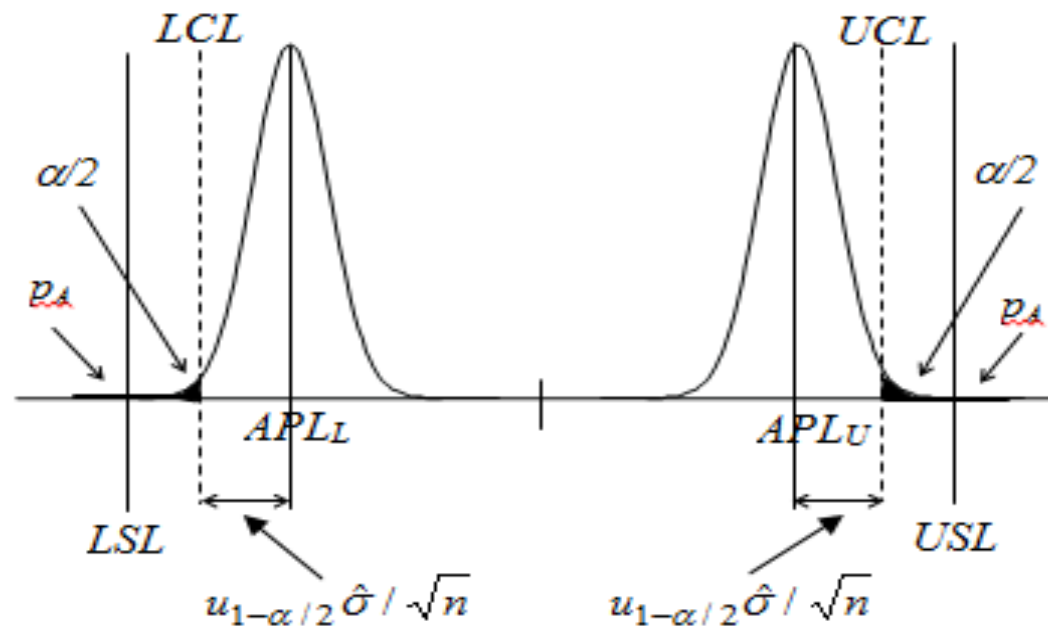
$\hat{\sigma}$ - odhad směrodatné odchylky procesu, který lze vypočítat dle známých vzorců $\hat{\sigma} = \bar{R} / d_2$ $\hat{\sigma} = \bar{s} / C_4$

Modifikovaný regulační diagram

- Stanovení regulačních mezí

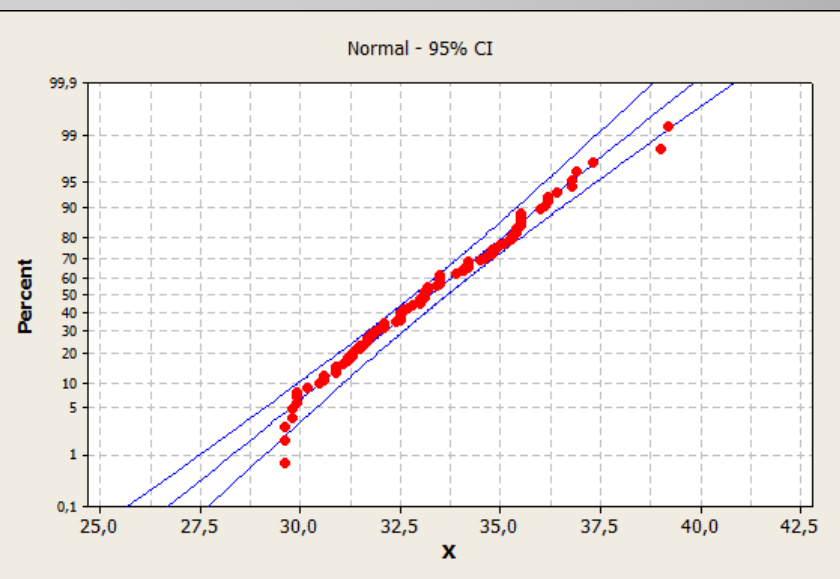
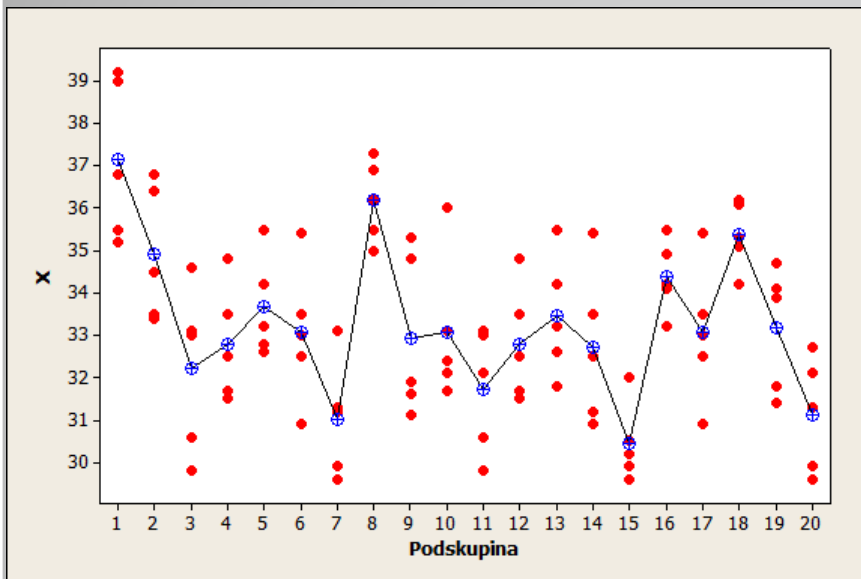
$$UCL = USL - u_{1-p_A} \hat{\sigma} + u_{1-\alpha/2} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad LCL = USL + u_{1-p_A} \hat{\sigma} - u_{1-\alpha/2} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

α ... pravděpodobnost, že proces, jehož skutečná střední hodnota je rovna APL_L nebo APL_U , bude posuzován jako nevyhovující proces



Ukázka 6

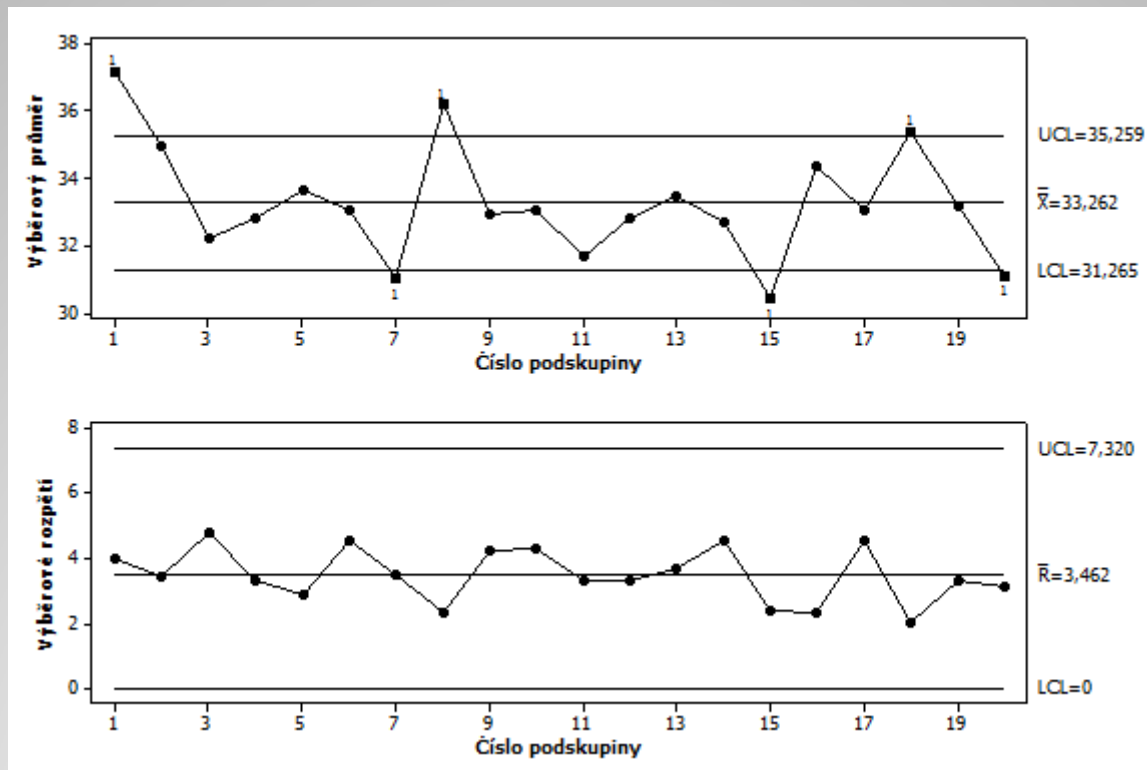
Elektrická pevnost porcelánových izolátorů (kV/mm)
Podskupiny s rozsahem 5



Pravděpodobnostní graf
AD test p-hodnota = 0,306
RJ test p-hodnota > 0,1

Ukázka 6

Elektrická pevnost porcelánových izolátorů (kV/mm)
Podskupiny s rozsahem 5

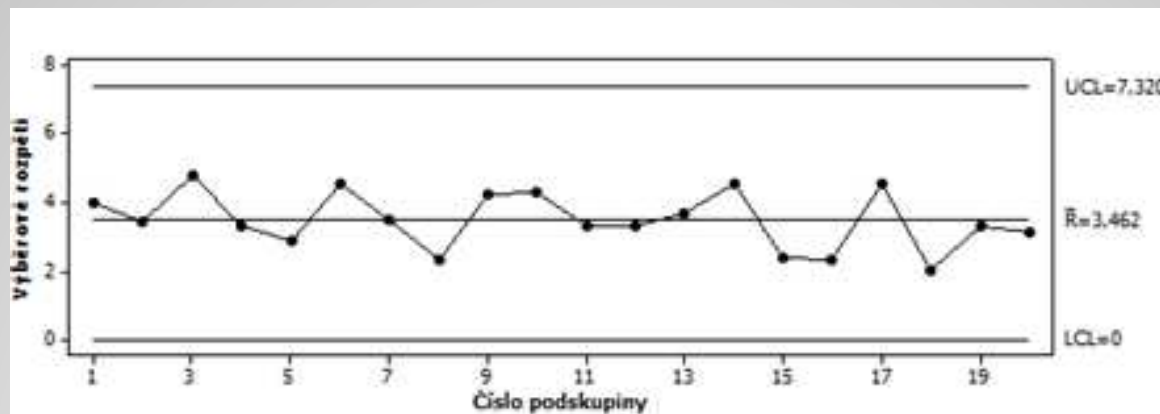


Klasické regulační diagramy pro průměr a rozpětí

Ukázka 6

Ověření předpokladů:

- $(USL - LSL) > 8 \hat{\sigma}$, tj. $(40 - 26) > 8 \cdot 1,49$
- proces je z hlediska inherentní variability statisticky zvládnutý



Ukázka 6

- Zvolení hodnoty přípustného podílu neshodných jednotek:
 $p_A = 0,00135$

- Stanovení intervalu přípustné fluktuace střední hodnoty

$$APL_L = LSL + u_{1-p_A} \hat{\sigma}$$

$$APL_L = 26 + 3 \cdot 1,49 = 30,47$$

$$APL_U = USL - u_{1-p_A} \hat{\sigma}$$

$$APL_U = 40 - 3 \cdot 1,49 = 35,53$$

- Stanovení regulačních mezí

$$UCL = USL - u_{1-p_A} \hat{\sigma} + u_{1-\alpha/2} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

$$UCL = 35,53 + 3 \cdot 1,49 / \sqrt{10} = 37,52 \text{ kV/mm}$$

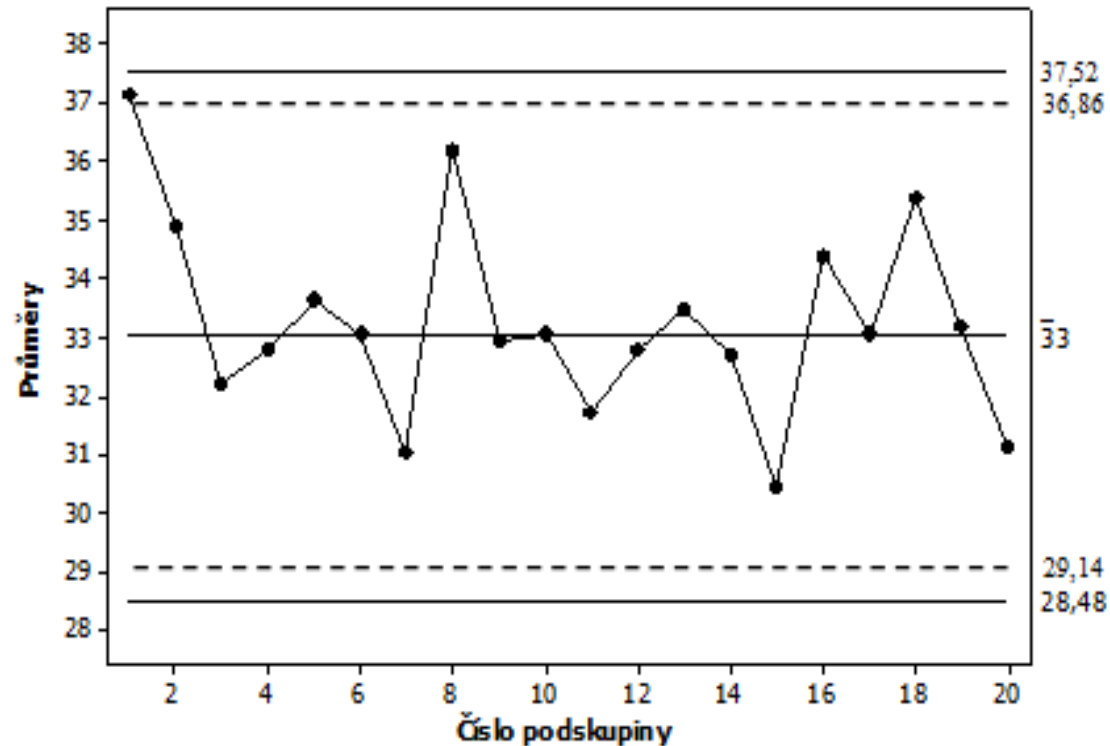
$$UWL = 35,53 + 2 \cdot 1,49 / \sqrt{10} = 36,86 \text{ kV/mm}$$

$$LCL = USL + u_{1-p_A} \hat{\sigma} - u_{1-\alpha/2} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

$$LCL = 30,47 - 3 \cdot 1,49 / \sqrt{10} = 28,48$$

$$LWL = 30,47 - 2 \cdot 1,49 / \sqrt{10} = 29,14$$

Ukázka 6



Modifikovaný regulační diagram s 3sigma a 2sigma mezemi

Interpretace:

Hodnota u první podskupiny leží nad horní výstražnou mezí. Protože však hodnota u druhého výběru leží uvnitř výstražných mezí, nebylo nutné provádět žádné seřízení.

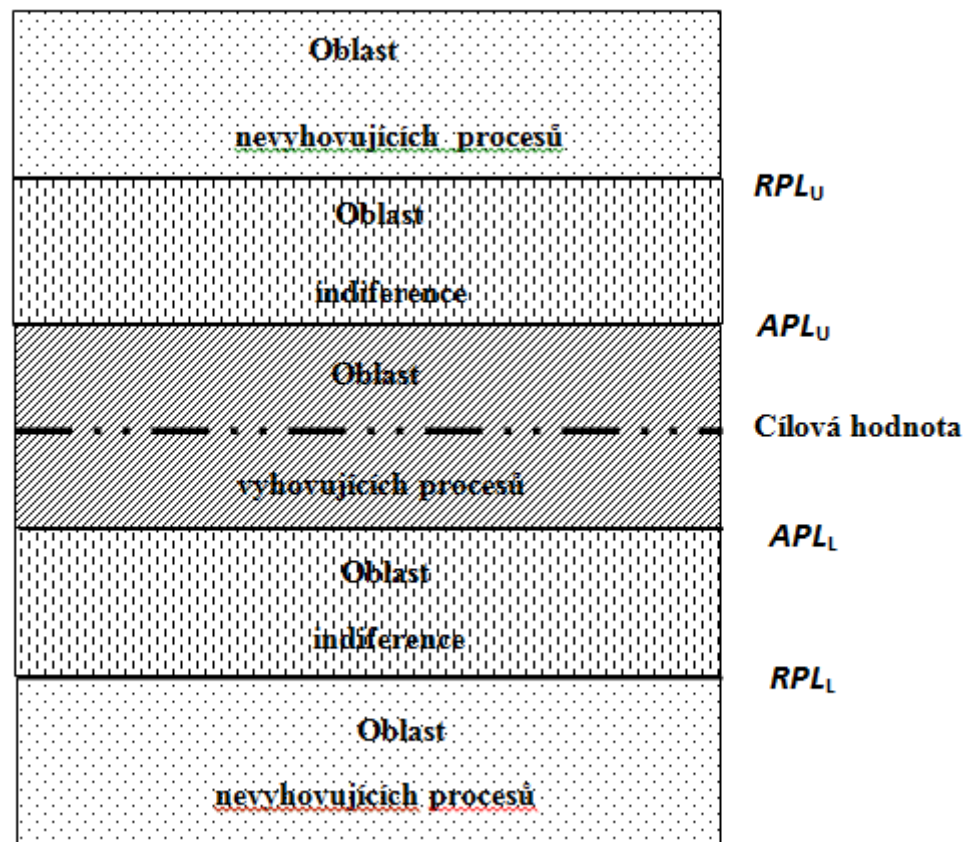
Přejímací regulační diagram (ČSN ISO 7870-3)

Regulační meze odvozené od tolerančních mezí USL a LSL

Předpoklady

- Variabilita uvnitř podskupin je mnohemn menší než je tolerance
- Proces je z hlediska inherentné variability statisticky zvládnutý
- Okamžité rozdělení sledovaného znaku kvality je normální

Přejímací regulační diagram



Přejímací regulační diagram

Interpretace

- Leží-li střední hodnota procesu v oblasti vyhovujících procesů, není třeba žádného zásahu.
- Leží-li v oblasti nevyhovujících procesů, produkuje nepřípustný podíl neshodných jednotek p_r nebo více – je třeba do procesu zasáhnout (např. vyměnit opotřebený nástroj).
- Oblast indiference zahrnuje procesy, které produkují vyhovující procesy, ale je třeba je sledovat a jakmile jejich střední hodnota dosáhne oblasti nevyhovujících procesů, je třeba provést zásah (ČSN ISO 7870-3).

Přejímací regulační diagram

2 způsoby návrhu

1. Vstupní parametry:

- rozsah výběru n
- nepřijatelný podíl neshodných jednotek p_R
- pravděpodobnost, že proces, jehož skutečná střední hodnota odpovídá RPL_L nebo RPL_U , nebude posuzován jako nevyhovující, tj. riziko β

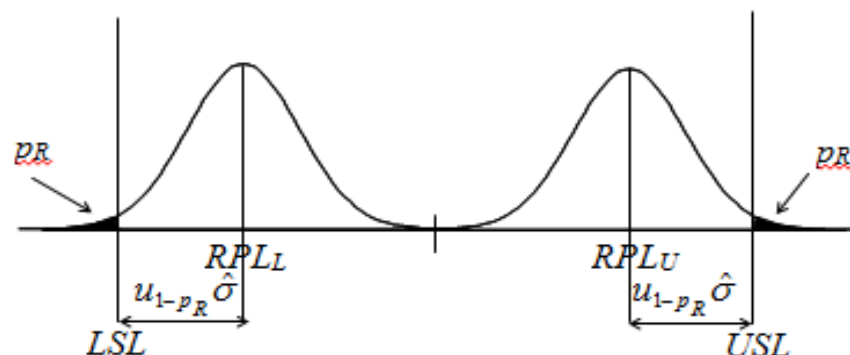
2. Vstupní parametry:

- přijatelný podíl neshodných jednotek p_A
- nepřijatelný podíl neshodných jednotek p_R
- pravděpodobnost, že proces, jehož skutečná střední hodnota je rovna APL_L nebo APL_U , bude posuzován jako nevyhovující proces (riziko α)
- pravděpodobnost, že proces, jehož skutečná střední hodnota odpovídá RPL_L nebo RPL_U , nebude posuzován jako nevyhovující, tj. riziko β

Výstupní parametr – rozsah výběru n

Přejímací regulační diagram

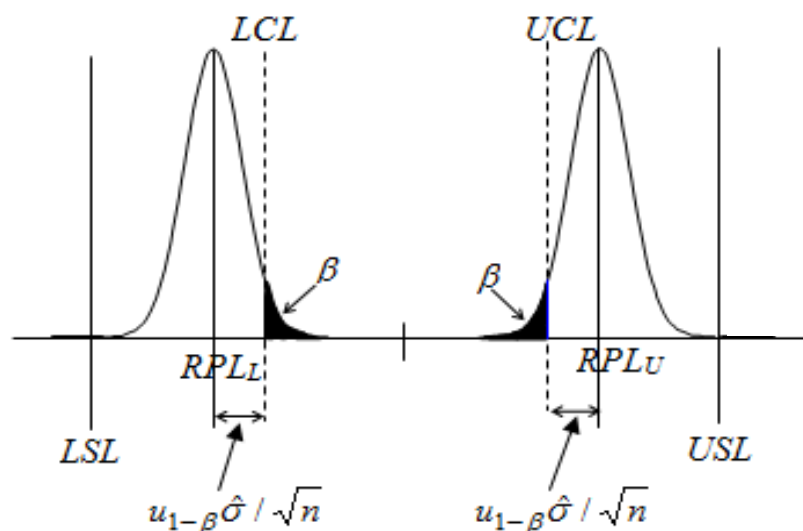
1. způsob navrhování



$$RPL_U = USL - u_{1-p_R} \hat{\sigma}$$

$$RPL_L = LSL + u_{1-p_R} \hat{\sigma}$$

u_{1-p_R} je $100(1-p_R)\%$ kvantil normovaného normálního rozdělení



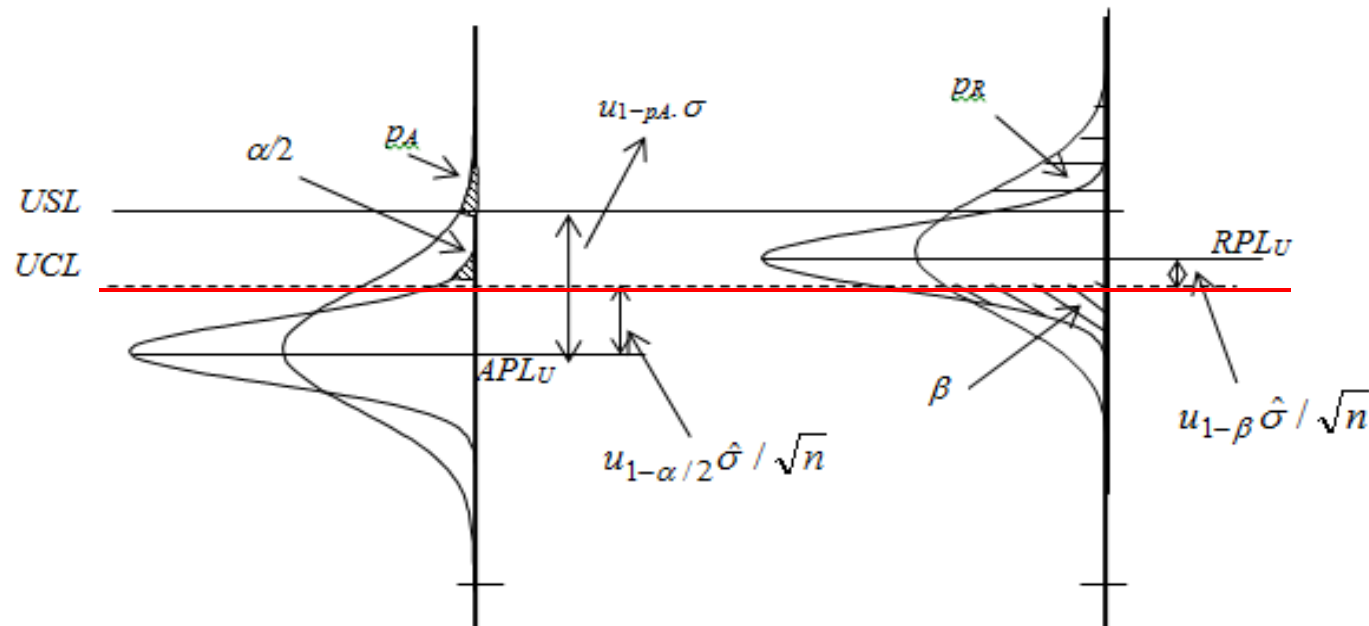
$$UCL = RPL_U - u_{1-\beta} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

$$LCL = RPL_L + u_{1-\beta} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

$u_{1-\beta}$ je $100(1-\beta)\%$ kvantil normovaného normálního rozdělení,
 n je rozsah výběru, jehož hodnota se volí

Přejímací regulační diagram

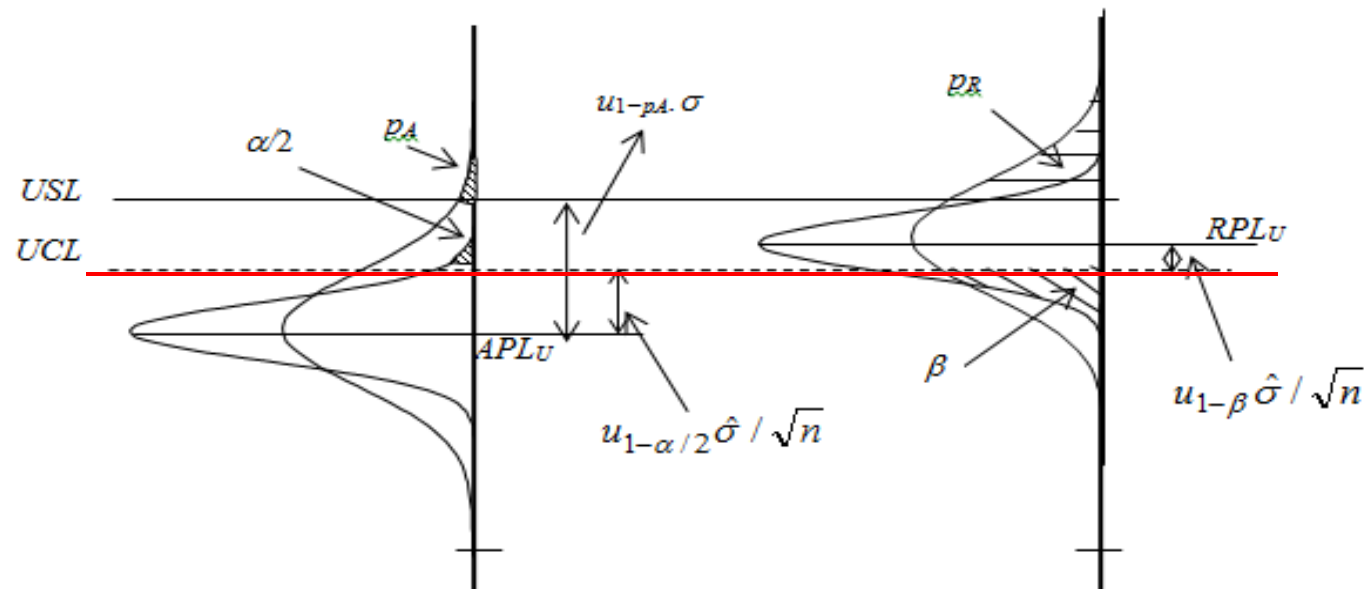
2. Způsob návrhování - spojení návrhu modifikovaného regulačního diagramu s prvním způsobem návrhování přejímacího regulačního diagramu



$$APL_U + u_{1-\alpha/2} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = RPL_U - u_{1-\beta} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

Přejímací regulační diagram

2. Způsob návrhování



$$n = \left(\frac{(u_{1-\alpha/2} + u_{1-\beta}) \hat{\sigma}}{RPL_U - APL_U} \right)^2 = \left(\frac{u_{1-\alpha/2} + u_{1-\beta}}{u_{1-p_A} - u_{1-p_R}} \right)^2 \quad UCL = APL_U + \left(\frac{u_{1-\alpha/2}}{u_{1-\alpha/2} + u_{1-\beta}} \right) (RPL_U - APL_U)$$

$$LCL = APL_L - \left(\frac{u_{1-\alpha/2}}{u_{1-\alpha/2} + u_{1-\beta}} \right) (APL_L - RPL_L)$$

Ukázka 7

Elektrická pevnost porcelánových izolátorů (kV/mm)
Podskupiny s rozsahem 5

- přípustný podíl neshodných jednotek $p_A = 0,00135$
- riziko $\alpha = 0,0027$
- nepřípustný podíl neshodných jednotek $p_R = 0,01$
- riziko $\beta = 0,05$
- $USL = 40$ kV/mm, $LSL = 26$ kV/mm

Ukázka 7

Ověření předpokladů – viz Ukázka 7

- Výpočet rozsahu výběru

$$n = \left(\frac{3 + 1,65}{3 - 2,33} \right)^2 = 4,08 \approx 5$$

- tuto hodnotu použijeme při výpočtu regulačních mezí

Ukázka 7

Stanovení hodnot APL_L , APL_U , RPL_L a RPL_U :

- APL_L , APL_U - viz Ukázka 8
 $APL_L = 30,47$; $APL_U = 35,53$

- RPL_L a RPL_U

$$RPL_U = USL - u_{1-p_R} \hat{\sigma} \quad RPL_U = 40 - 2,33 \cdot 1,49 = 36,53$$

$$RPL_L = LSL + u_{1-p_R} \hat{\sigma} \quad RPL_L = 26 + 2,33 \cdot 1,49 = 29,47$$

Ukázka 7

Výpočet regulačních mezí

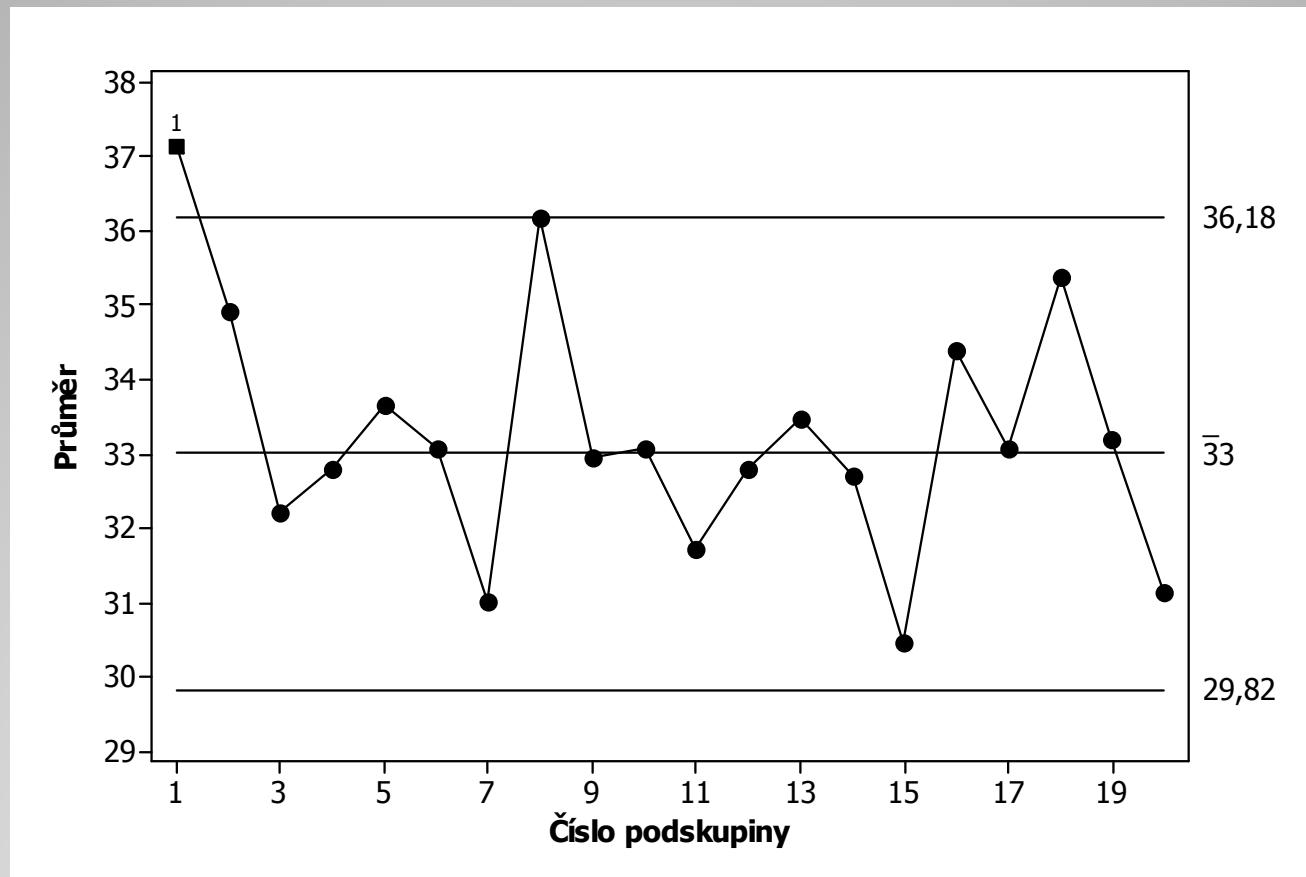
$$UCL = APL_U + \left(\frac{u_{1-\alpha/2}}{u_{1-\alpha/2} + u_{1-\beta}} \right) (RPL_U - APL_U)$$

$$UCL = 35,53 + \frac{3}{3+1,65} (36,53 - 35,53) = 36,18$$

$$LCL = APL_L - \left(\frac{u_{1-\alpha/2}}{u_{1-\alpha/2} + u_{1-\beta}} \right) (APL_L - RPL_L)$$

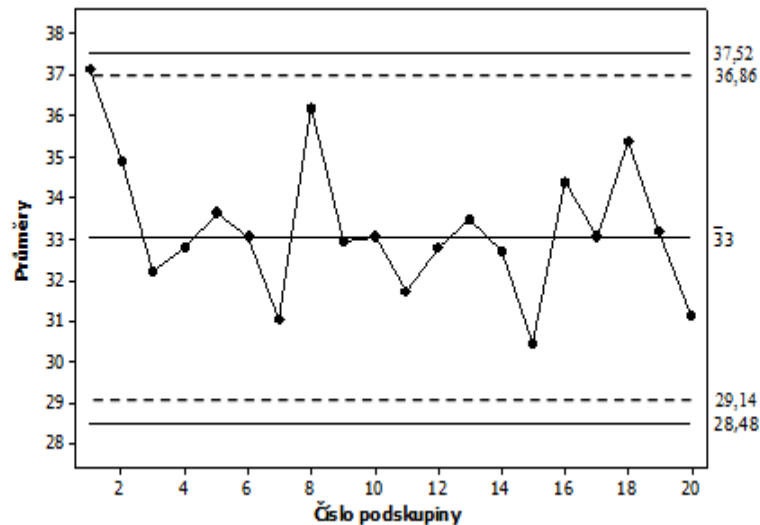
$$LCL = 30,47 - \frac{3}{3+1,65} (30,47 - 29,47) = 29,82$$

Ukázka 7

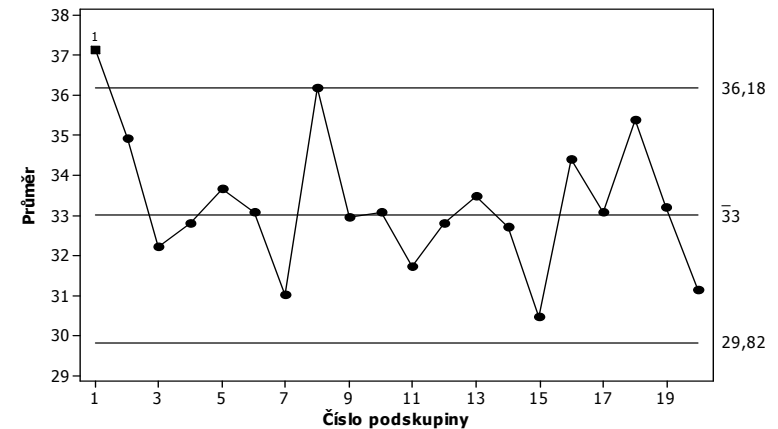


Přijímací regulační diagram

Srovnání modifikovaného a přejímacího regulačního diagramu



Modifikovaný regulační diagram

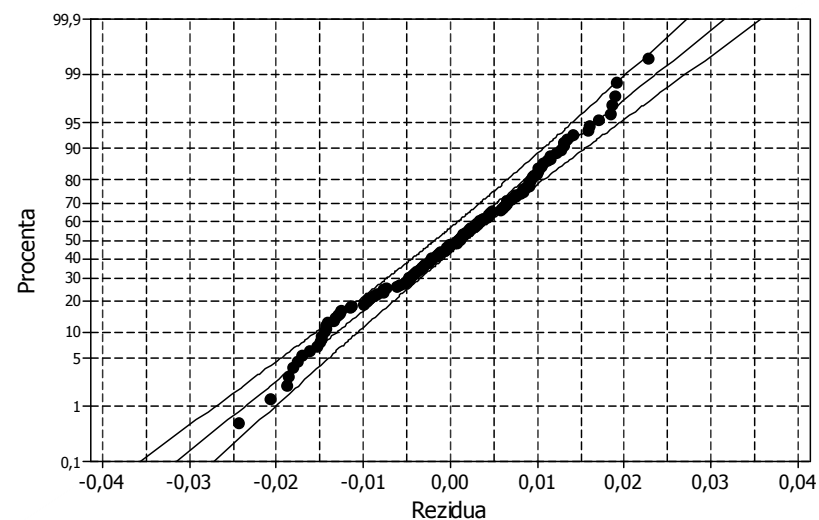
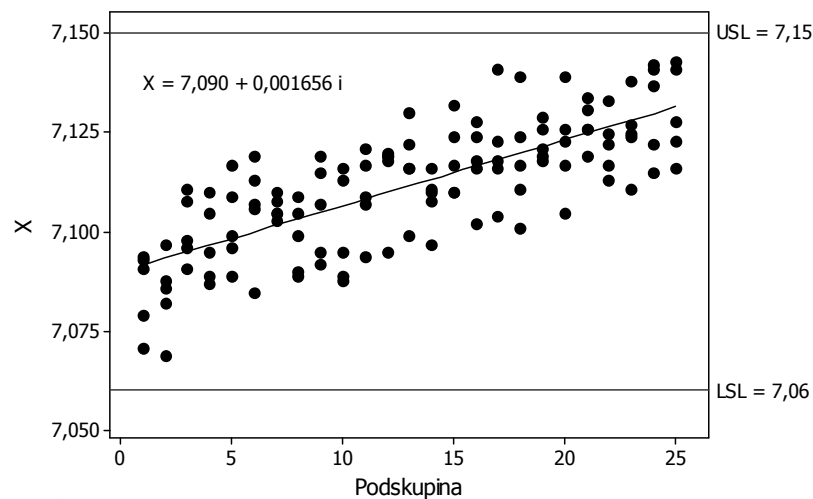


Přejímací regulační diagram

- výsledek zohlednění rizika β v přejímacím diagramu

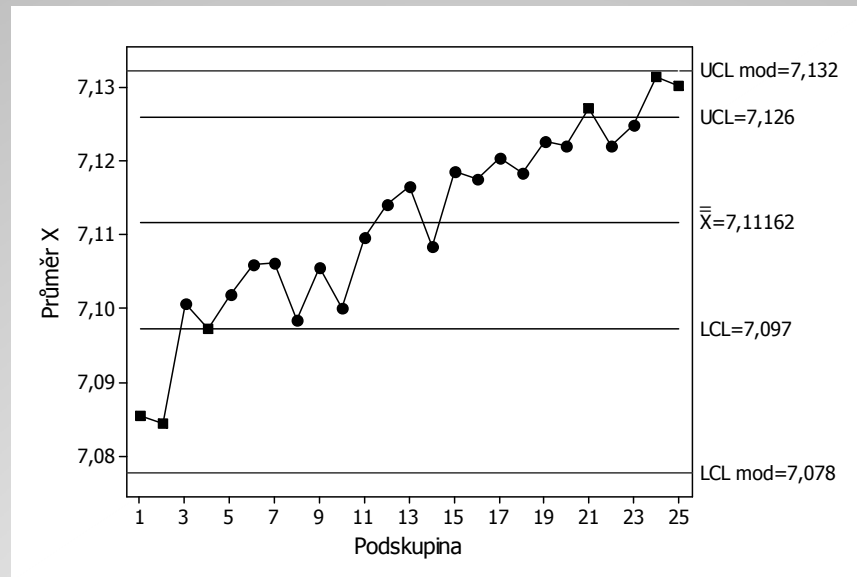
Ukázka 8

Rozměr litinových zátek do převodovek
Tolerance USL = 7,15, LSL = 7,06



Normalita okamžitého rozdělení ověřena pomocí reziduí
regresního modelu přímky

Modifikovaný diagram

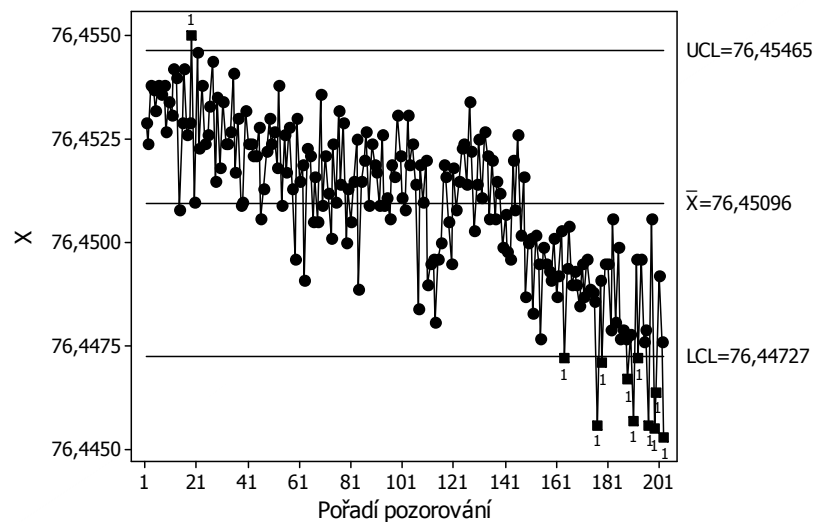


Shewhartův diagram: UCL, LCL

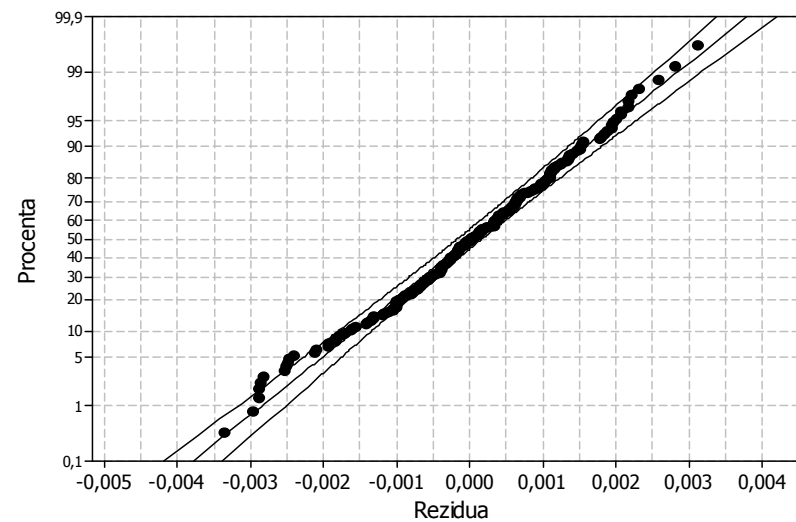
Modifikovaný diagram: UCL_{mod} , LCL_{mod}

Ukázka 9

Vrtání otvoru pro válec v bloku motoru
Tolerance $76,45 \pm 0,02$



Shewhartův diagram



Pravděpodobnostní graf

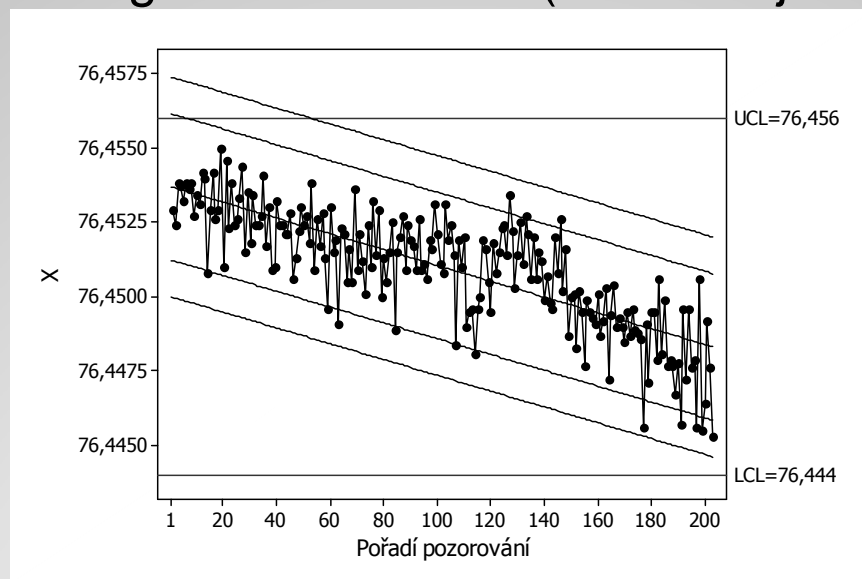
Model regresní přímky $\hat{x} = 76,4537 - 0,000027i$

Diagram s rozšířenými mezemi

$$UCL = \bar{\bar{x}} + \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} + \Delta$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} - \Delta$$

Δ určeno pomocí regresního modelu (rozdíl krajních bodů /2)



doplněny šikmé regulační meze rovnoběžné s trendovou přímkou

$$UCL = b_0 + b_1i + L \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad LCL = b_0 + b_1i - L \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

Výkonnost procesů typu C

Předpoklady

- celková variabilita procesu je podstatně větší než variabilita uvnitř podskupin
- okamžité rozdělení je normální, výsledné rozdělení normální být nemusí

2 metody (ČSN ISO 21747 (2010))

1. Princip stejný jako u regulačního diagramu s rozšířenými mezemi
2. Zúžení tolerančního pole

Výkonnost procesů typu C

1. přístup - rozšíření hodnoty jmenovatele o hodnotu 2Δ

$$P_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma + 2\Delta}$$

$$P_{pU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma + \Delta}$$

$$P_{pL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma + \Delta}$$

Výkonnost procesů typu C

2. přístup – zúžení tolerance o hodnotu 2Δ

$$P_p = \frac{USL - LSL - 2\Delta}{6\sigma}$$

$$P_{pU} = \frac{USL - \mu - \Delta}{3\sigma}$$

$$P_{pL} = \frac{\mu - LSL - \Delta}{3\sigma}$$

Výkonnost procesů typu C

Odhad rozsahu změn střední hodnoty 2Δ
(ČSN ISO 21747 (2010))

1. metoda:

$$2\Delta = \max \bar{x}_j - \min \bar{x}_j \quad j = 1, 2, \dots, k$$

2. metoda: pomocí ANOVA

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{MSA - MSE}{n} \quad \Delta = 1,5\sigma_A \quad (\text{Dietrich, Schulze, 2010})$$

MSA a MSE - průměrné čtverce, které najdeme v tabulce ANOVA,
 n - rozsah podskupin

Ukázka 10

- proces typu C2 (okamžité normální rozdělení a výsledné jednovrcholové rozdělení)
- podskupiny o rozsahu $n = 5$
- předpis : $9,5 \pm 0,2$ mm

- normalita okamžitých rozdělení byla ověřena pomocí reziduí e_{ij}

-

- odhad Δ pomocí metody ANOVA:

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{MSA - MSE}{n} \quad \hat{\sigma}_A^2 = 0,000593 \quad \hat{\sigma}_A = 0,077$$

$$2\Delta = 3\hat{\sigma}_A = 3 \cdot 0,077 = 0,231$$

Ukázka 10

- Výpočet indexů výkonnosti 1. metodou

$$\hat{P}_p = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma} + 2\Delta} = \frac{9,7 - 9,3}{6 \cdot 0,0113 + 0,231} = 1,339$$

$$\hat{P}_{pkU} = \frac{USL - \bar{\bar{x}}}{3\hat{\sigma} + \Delta} = \frac{9,7 - 9,5094}{3 \cdot 0,0113 + 0,1155} = 1,276$$

$$\hat{P}_{pkL} = \frac{\bar{\bar{x}} - LSL}{3\hat{\sigma} + \Delta} = \frac{9,5094 - 9,3}{3 \cdot 0,0113 + 0,1155} = 1,402$$

Ukázka 10

- Výpočet indexů výkonnosti 2. metodou

$$\hat{P}_p = \frac{USL - LSL - 2\Delta}{6\hat{\sigma}} = \frac{9,7 - 9,3 - 0,231}{6 \cdot 0,0113} = 2,493$$

$$P_{pkU} = \frac{USL - \bar{\bar{x}} - \Delta}{3\hat{\sigma}} = \frac{9,7 - 9,5094 - 0,1155}{3 \cdot 0,0113} = 2,215$$

$$\hat{P}_{pkL} = \frac{\bar{\bar{x}} - LSL - \Delta}{3\hat{\sigma}} = \frac{9,5094 - 9,3 - 0,1155}{3 \cdot 0,0113} = 2,770$$

Literatura

- Clements, J. A.: Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions. *Quality Progress*, 1989, roč. 22, č. 9, s. 95–100
- ČSN ISO 21747
- Dietrich, E., Schulze, A.: *Statistical Procedures for Machine and Process Qualification*. Hanser, Cincinnati 2010
- Mitra, A.: *Fundamentals of Quality Control and Improvement*. John Wiley & Sons, Hoboken 2008
- Montgomery, D. C.: *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley & Sons, New York 2013

Děkujeme za pozornost.