



**Národní informační středisko
pro podporu jakosti**

Konzultační středisko statistických metod při NIS-PJ

Statistické přejímky (3)

Ing. Vratislav Horálek DrSc.

ČSJ

Ing. Josef Křepela

ČSJ

19. ledna 2006.

ČSN ISO 2859-4:2000

Statistické přejímky srovnáním - Část 4 -

Postupy pro posouzení stanovených úrovní jakosti

Systemy statistických přejímek, specifikovaných **v ISO 2859, částech 1 až 3**, jsou určeny pro použití při dvoustranných dohodách mezi zúčastněnými stranami při **přejímání dávek výrobků**, jejichž jakost je charakterizována **podílem** neshodných jednotek, nebo **počtem neshod** na sto jednotek.

Postupy v této **čtvrté části ISO 2859** vznikly jako reakce na rostoucí potřebu výběrových postupů vhodných pro předepsané systematické kontroly **při prověrkách a auditech k ověření jakosti, která se deklaruje** pro určitou dávku, proces, atd. Při takto pojaté předepsané kontrole je nutno si uvědomovat riziko nesprávného závěru a zahrnout toto riziko do úvahy při plánování a realizaci prověrky.

Pravidla v této čtvrté části mezinárodní normy ISO 2859 byla navržena tak, aby bylo pouze malé riziko (α) popření **deklarované úrovně jakosti (DQL)**, když ve skutečnosti **reálná úroveň jakosti (RQL)** odpovídá této deklarované úrovni jakosti, nebo je dokonce lepší:

pravděpodobnost popření DQL, když $RQL \leq DQL$ je $\leq \alpha$.

Norma připouští toto riziko nejvýše 5 % ($\alpha \leq 0,05$). Jakost je vyjadřována v procentu neshodných jednotek, případně v počtu neshod na sto jednotek.

Kdyby se požadovalo, aby

pravděpodobnost popření DQL, když $RQL \geq DQL$ byla $\leq \beta$

(pro β malé), pak by bylo třeba pracovat s mnohem většími výběry. Proto, aby se mohlo využít výhody pracovat s poměrně malými rozsahy výběrů, jsou postupy v této mezinárodní normě navrženy tak, že **připouštějí poněkud vyšší riziko (β).**

Formulace závěru posouzení deklarované úrovně jakosti (DQL) má zohlednit nerovnováhu mezi riziky nesprávných závěrů: jestliže výsledek výběru **popírá** DQL, potom:

***"existuje závažný důkaz neshody
s deklarovanou úrovní jakosti"*** ;

jestliže výsledek výběru **nepopírá** DQL, potom

***" nezjistil se závažný důkaz neshody
s deklarovanou úrovní jakosti"*** ..

Předmět normy

Norma stanovuje přijímací plány a postupy, které lze použít k posouzení, zda **RQL** (reálná úroveň jakosti) **určité entity se shoduje s DQL** (deklarovanou úrovní jakosti).

Postupy jsou koncipovány tak, aby vedly k popření DQL pouze tehdy, když je k dispozici dostatečný důkaz, že $RQL > DQL$.

Připouští se riziko nejvýše 5 % ($\alpha \leq 0,05$), že dojde k **popření DQL, přestože je správná** (tj. reálná úroveň jakosti je lepší, nejvýše rovna deklarované úrovni jakosti).

Pravděpodobnost popření DQL

(deklarované úrovně jakosti) závisí na hodnotě **poměru jakosti** pro vyšetřovanou entitu

$$R = RQL / DQL .$$

Největší hodnota tohoto poměru (R), která se považuje ještě za únosnou, se označuje jako **mezní poměr jakosti (LQR)** .

Při reálné úrovni jakosti RQL, která je LQR násobně horší než deklarovaná úroveň jakosti DQL, tj. pro

$$RQL = LQR \times DQL$$

mají postupy v této mezinárodní normě riziko nejvýše 10 % ($\beta \leq 0,1$), že **nebude DQL popřena i když je nesprávná.**

Přejímací plány

Přejímací plány (n, L) , kde **n** je rozsah výběru a **L** je mezní počet neshodných jednotek ve výběru jsou uvedeny pro tři úrovně **LQR**: I, II a III a jsou indexovány DQL spolu s LQR.

Přejímací plány uvedené v této části ISO 2859 jsou použitelné, ale ne pouze omezeny, na kontrolu konečných výrobků, komponent a surovin, operací, materiálů užívaných v procesu, zásob ve skladu, údržbářských operací, údajů nebo záznamů, administrativních postupů.

Záměrem postupů je jejich použití především tam, kde sledovanou veličinou je **počet** nebo **podíl** neshodných jednotek, pro jejichž zjištění jsou kontrolované jednotky klasifikovány jako shodné nebo neshodné.

S menšími změnami lze postupy využít také tam, kde sledovanou veličinou je **počet neshod** nebo **počet neshod na jednotku**. Pak je ovšem třeba :

- ◆ nahradit termín "počet neshodných jednotek" termínem "počet neshod"
- ◆ nahradit termín "procento neshodných jednotek" termínem "neshody na 100 jednotek".

Deklarovaná úroveň jakosti (DQL)

K indexování přejímacích plánů se používá DQL spolu s LQR. Hodnoty DQL uvedené v tabulkách jsou tzv. **preferované** úrovně DQL. Použitá řada preferovaných hodnot DQL **koresponduje s řadou preferovaných hodnot AQL** pro kontrolu neshodných jednotek v ISO 2859-1.

Pro použití konkrétní úrovně DQL musí existovat určité **objektivní zdůvodnění**. Hodnota DQL nesmí být záměrně nadhodnocena nebo podhodnocena.

Úroveň mezního poměru jakostí (LQR)

Úroveň I se může použít, požadují-li se menší rozsahy výběrů. Pro přijímací plány na úrovni I je rozpětí hodnot LQR od 10,7 do 13.

Úroveň II je **běžně aplikovaná úroveň**, která se musí použít vždy, pokud nejsou určité zvláštní podmínky, které opravňují pracovat s jinou úrovní. Pro přijímací plány na úrovni II je rozpětí hodnot LQR od 5,54 do 7,07.

Úroveň III je určena pro situace, když se požaduje menší hodnota LQR, ovšem za cenu většího rozsahu výběru. Pro přijímací plány na úrovni III je rozpětí hodnot LQR od 4,44 do 5,55.

Příklad

Úroveň I (viz tabulka 1)

Pro $DQL = 0,10 \%$ neshodných jednotek je přijímací plán $n = 315$ a $L = 1$ (mezní poměr jakosti je $LQR = 12,3$);

potom pro $RQL = 12,3 \times DQL = 1,23 \%$ je riziko $\beta = 0,10$ že deklarovaná úroveň jakosti ($DQL = 0,1\%$) nebude popřena a pro $RQL = DQL = 0,1 \%$ je riziko $\alpha = 0,04$ že DQL bude popřena.

Úroveň II (viz tabulka 2)

Pro $DQL = 0,10 \%$ neshodných jednotek je přijímací plán $n = 800$ a $L = 2$ (mezní poměr jakosti je $LQR = 6,64$);

potom pro $RQL = 6,64 \times DQL = 0,664 \%$ je riziko $\beta = 0,10$ že deklarovaná úroveň jakosti ($DQL = 0,1\%$) nebude popřena a pro $RQL = DQL = 0,1\%$ je riziko $\alpha = 0,047$ že DQL bude popřena.

Úroveň III (viz tabulka 3)

Pro $DQL = 0,10 \%$ neshodných jednotek je přijímací plán $n = 1250$ a $L = 3$ (mezní poměr jakosti $LQR = 5,34$);

potom pro $RQL = 5,34 \times DQL = 0,534 \%$ je riziko $\beta = 0,10$ že deklarovaná úroveň jakosti ($DQL = 0,1\%$) nebude popřena a pro $RQL = DQL = 0,1\%$ je riziko $\alpha = 0,038$ že DQL bude popřena.

Tabulka 1

Mezní poměr jakostí (LQR) a pravděpodobnosti falešného popření správné deklarované úrovně jakosti (DQL)

Plány pro LQR na úrovni I

DQL % neshodných jednotek	n	L	LQR	Pravděpodobnost falešného popření správné hodnoty DQL (%)
0,010	3 150	1	12,3	4,0
0,015	2 000	1	13,0	3,7
0,025	1 250	1	12,4	4,0
0,040	800	1	12,1	4,1
0,065	500	1	11,9	4,3
0,10	315	1	12,3	4,0
0,15	200	1	12,9	3,7
0,25	125	1	12,3	4,0
0,40	80	1	11,9	4,1
0,65	50	1	11,6	4,2
1,0	32	1	11,6	4,1
1,5	20	1	12,1	3,6
2,5	13	1	10,7	4,1

Tabulka 2

Mezní poměr jakostí (LQR) a pravděpodobnosti falešného popření správné deklarované úrovně jakosti (DQL)

Plány pro LQR na úrovni II

DQL % neshodných jednotek	n	L	LQR	Pravděpodobnost falešného popření správné hodnoty DQL (%)
0,025	3150	2	6,75	4,6
0,040	2 000	2	6,65	4,7
0,065	1250	2	6,54	4,9
0,10	800	2	6,64	4,7
0,15	500	2	7,07	4,0
0,25	315	2	6,72	4,5
0,40	200	2	6,60	4,7
0,65	125	2	6,46	4,9
1,0	80	2	6,52	4,7
1,5	50	2	6,86	3,9
2,5	32	2	6,31	4,5
4,0	20	2	6,12	4,4
6,5	13	2	5,54	4,8

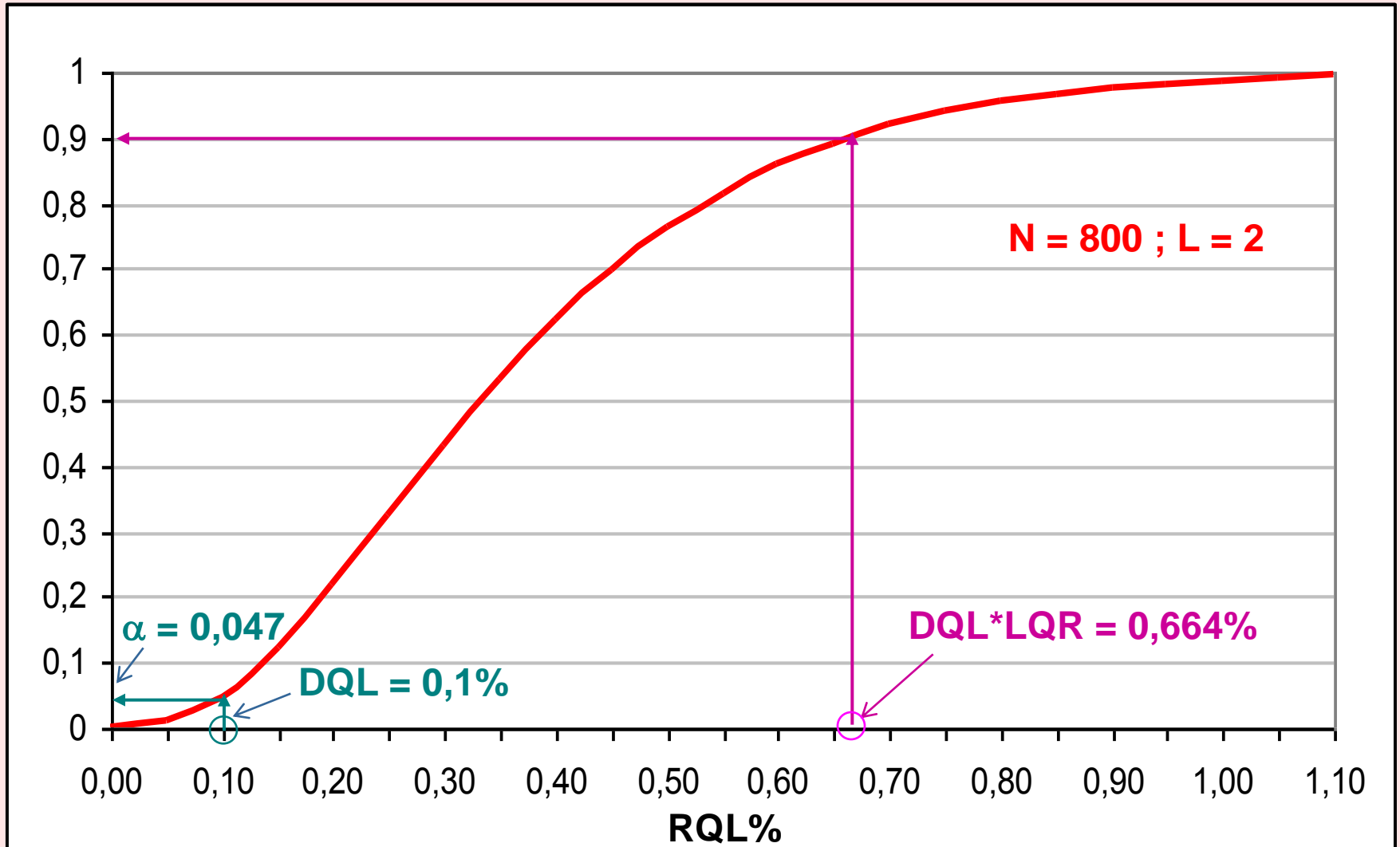
Tabulka 3

Mezní poměr jakostí (LQR) a pravděpodobnosti falešného popření správné deklarované úrovně jakosti (DQL)

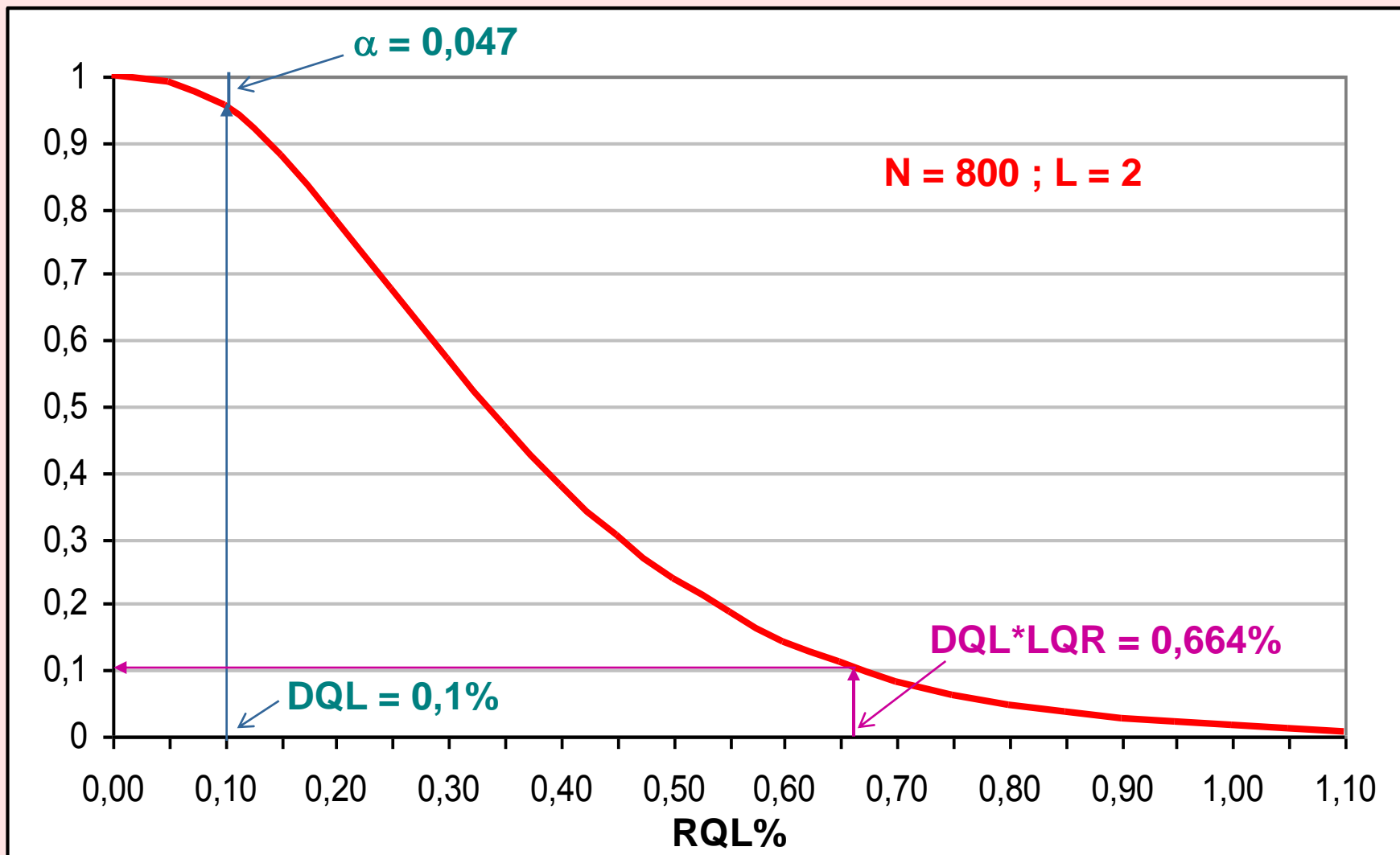
Plány pro LQR na úrovni III

DQL % neshodných jednotek	n	L	LQR	Pravděpodobnost falešného popření správné hodnoty DQL (%)
0,040	3150	3	5,30	3,9
0,065	2 000	3	5,13	4,3
0,10	1250	3	5,34	3,8
0,15	800	3	5,55	3,4
0,25	500	3	5,32	3,8
0,40	315	3	5,27	3,9
0,65	200	3	5,09	4,3
1,0	125	3	5,27	3,7
1,5	80	3	5,44	3,3
2,5	50	3	5,15	3,6
4,0	32	3	4,92	3,8
6,5	20	3	4,68	3,7
10,0	13	3	4,44	3,4

Pravděpodobnost **popřeni** deklarované úrovně jakosti
DQL = 0,1 % v závislosti na reálné úrovni jakosti RQL % / 100



Pravděpodobnost **nepopření** deklarované úrovně jakosti
DQL = 0,1 % v závislosti na reálné úrovni jakosti RQL % / 100



11.2 Volba přejímacího plánu

Pro zvolené úrovně DQL a LQR se k volbě přejímacího plánu jedním výběrem použije **tabulka 4**. Jestliže DQL **není jednou z preferovaných** tabelovaných hodnot, potom se při volbě plánu musí použít nejbližší vyšší tabelovaná hodnota DQL.

Příklad:

Pro **DQL = 0,65%** a pro **LQR na úrovni II** dává tabulka 4 přejímací plán s rozsahem výběru **n = 125** a mezním počtem neshodných jednotek **L = 2**.

Z tabulky 2 najdeme hodnotu **LQR = 6,46** a **$\alpha = 4,9\%$** .

Je tedy riziko α popření DQL když $RQL \leq DQL$ rovno 0,049 resp. 4,9% a riziko nepopření DQL když $RQL = 0,65 * 6,46\% = 4,2\%$ je rovno $\beta = 0,1$ resp. 10%.

Tabulka 4
Základní tabulka přejímacích plánů

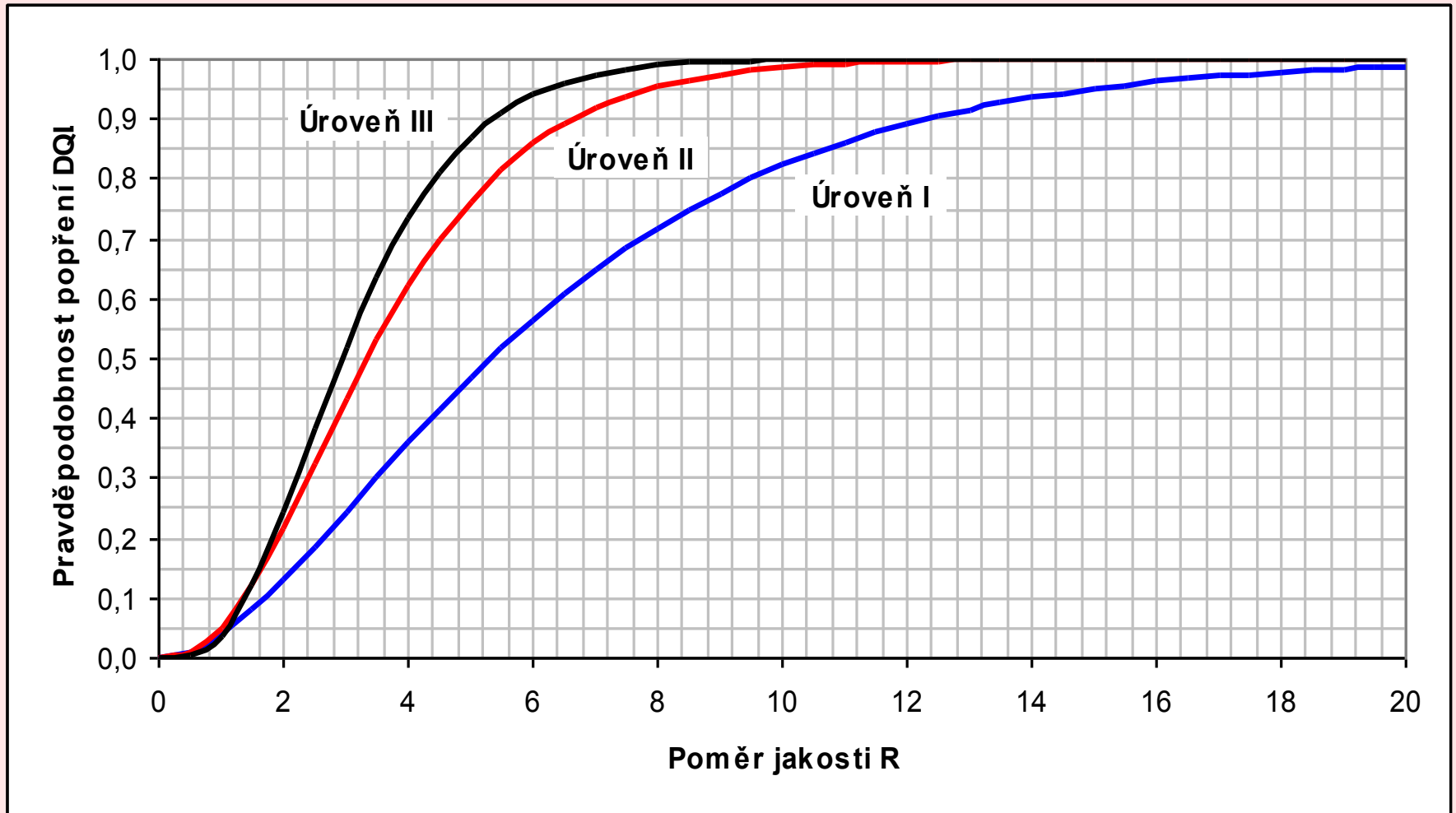
DQL % neshodných jednotek	LQR úroveň I		LQR úroveň II		LQR úroveň III	
	n	L	n	L	n	L
0,010	3 150	1	b ←		b ←	
0,015	2 000	1	b ←		b ←	
0,025	1250	1	3150	2	b ←	
0,040	800	1	2 000	2	3 150	3
0,065	500	1	1 250	2	2 000	3
0,100	315	1	800	2	1 250	3
0,150	200	1	500	2	800	3
0,250	125	1	315	2	500	3
0,400	80	1	200	2	315	3
0,65	50	1	125	2	200	3
1,0	32	1	80	2	125	3
1,5	20	1	50	2	80	3
2,5	13	1	32	2	50	3
4,0	a →		20	2	32	3
6,5	a →		13	2	20	3
10,0	a →		a →		13	3

Plány jsou indexovány deklarovanou úrovní jakosti (DQL) neshodného výrobku a úrovněmi mezního poměru jakosti (LQR).

a → Poněvadž pro tuto úroveň mezního poměru jakosti (LQR) neexistuje žádný přejímací plán, použije se přejímací plán v pravém sloupci.

b ← Poněvadž pro tuto úroveň mezního poměru jakosti (LQR) neexistuje žádný přejímací plán, použije se přejímací plán v levém sloupci.

Křivky udávající přibližnou pravděpodobnost popření DQL jako funkci poměru jakosti $R = RQL / DQL$



Na obrázku uvedené křivky se vztahují k situacím, když DQL je jednou z preferovaných hodnot.

11.3 Realizace přijímacího plánu

Odběr výběru

Výběr se musí odebrat z entity **prostým náhodným odběrem** nebo, je-li to vhodné, **stratifikovaným odběrem** nebo jinou technikou náhodného odběru.

Jestliže rozsah výběru je roven rozsahu vyšetřované entity nebo ho převyšuje, pak se hodnota DQL musí ověřit porovnáním s RQL, která se zjistí kontrolou všech jednotek v entitě.

Pravidla pro popření deklarované úrovně jakosti

Počet kontrolovaných jednotek ve výběru musí být roven rozsahu výběru **n** uvedenému v plánu.

DQL se nepopře, jestliže počet neshodných jednotek zjištěný ve výběru je **nejvýše roven** meznímu počtu **L**.

DQL se popře, jestliže počet neshodných jednotek zjištěný ve výběru je **větší** než mezní počet **L**.

Tabulky uvádějící diskriminační schopnost

Tabulka 5 až 7 poskytují doplňkovou informaci o pravděpodobnostech popření nesprávných DQL pro různé hodnoty poměru jakosti.

Příklad:

Předpokládejme, že se použije plán odpovídající **DQL = 0,15 %** neshodných jednotek (úroveň II ; $n = 500$; $L = 2$).

Potom pro **poměr jakosti $R = RQL / DQL = 5$** (RQL je pětikrát větší než DQL, tj. **RQL = 0,75 %** neshodných jednotek) je pravděpodobnost **72,4 %** že tento přijímací plán DQL popře.

POZNÁMKA

Hodnoty v tabulkách 1 až 3 a tabulkách 5 až 7 byly stanoveny za předpokladu, že rozsah výběru je pouze malým podílem vyšetřované entity. Hodnoty v těchto tabulkách jsou platné, jestliže rozsah výběru je nejvýše jedna desetina entity. K výpočtu bylo použito binomického rozdělení.

Tabulka 6

**Pravděpodobnost (v %) popření deklarované úrovně (DQL)
pro různé hodnoty poměrů jakosti
Plány pro LQR na úrovni II**

Poměr jakosti	Deklarovaná úroveň jakosti (DQL) % neshodných jednotek												
	0,025	0,040	0,065	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	4,0	6,5
1,0	4,6	4,7	4,9	4,7	4,0	4,5	4,7	4,9	4,7	3,9	4,5	4,4	4,8
1,5	11,6	12,0	12,5	12,0	10,4	11,6	12,0	12,4	11,9	10,3	11,7	11,5	12,6
2,0	21,0	21,7	22,3	21,7	19,1	21,0	21,6	22,2	21,6	18,9	21,4	21,2	23,4
3,0	42,0	43,0	44,0	43,0	39,1	42,1	43,1	44,1	43,2	39,2	43,4	43,7	48,0
4,0	61,0	62,0	63,1	62,1	57,7	61,1	62,2	63,4	62,5	58,4	63,3	64,2	69,7
5,0	75,3	76,2	77,1	76,3	72,4	75,4	76,5	77,6	76,9	73,4	78,1	79,4	84,7
7,5	93,4	93,8	94,3	93,9	92,0	93,5	94,1	94,6	94,5	93,1	95,5	96,5	98,6
10,0	98,5	98,6	98,8	98,7	98,0	98,6	98,8	98,9	98,9	98,6	99,3	99,6	100,0

Tabulka 5

**Pravděpodobnost (v %) popření deklarované úrovně (DQL)
pro různé hodnoty poměrů jakosti
Plány pro LQR na úrovni I**

Poměr jakosti	Deklarovaná úroveň jakosti (DQL) % neshodných jednotek												
	0,01	0,02	0,03	0,04	0,07	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5
1,0	4,0	3,7	4,0	4,1	4,3	4,0	3,7	4,0	4,1	4,2	4,1	3,6	4,1
1,5	8,2	7,5	8,1	8,4	8,6	8,2	7,5	8,1	8,4	8,6	8,3	7,4	8,3
3,0	24,4	22,8	24,1	25,0	25,5	24,4	22,7	24,1	24,9	25,5	24,9	22,7	25,4
5,0	46,7	44,2	46,3	47,5	48,3	46,7	44,3	46,4	47,7	48,6	48,0	44,9	49,6
7,5	68,3	65,8	67,9	69,2	70,0	68,4	65,9	68,2	69,6	70,7	70,3	67,5	73,1
10,0	82,2	80,1	81,9	82,9	83,6	82,4	80,3	82,2	83,5	84,5	84,4	82,4	87,3
15,0	94,9	93,9	94,8	95,3	95,6	95,0	94,1	95,1	95,7	96,2	96,3	95,8	98,0
20,0	98,7	98,3	98,6	98,8	98,9	98,7	98,4	98,8	99,0	99,2	99,3	99,2	99,8

Předpokládá se použití plánu odpovídající **DQL = 0,1 %** neshodných jednotek (úroveň I; $n = 315$; $L = 1$)..

Potom pro **poměr jakosti R = 10** (RQL je desetinásobkem DQL, tj. **1,0 %** neshodných jednotek) je pravděpodobnost **82,4 %** že tento přijímací plán DQL popře.

Tabulka 7
**Pravděpodobnost (v %) popření deklarované úrovně (DQL)
 pro různé hodnoty poměrů jakosti
 Plány pro LQR na úrovni III**

Poměr jakosti	Deklarovaná úroveň jakosti (DQL) % neshodných jednotek												
	0,040	0,065	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	4,0	6,5	10,0
1,0	3,9	4,3	3,8	3,4	3,8	3,9	4,3	3,7	3,3	3,6	3,8	3,7	3,4
1,5	12,4	13,4	12,1	10,8	12,1	12,3	13,3	12,0	10,6	11,7	12,3	12,4	11,8
2,0	24,7	26,4	24,2	22,1	24,2	24,6	26,3	24,1	21,9	24,0	25,1	25,7	25,3
3,0	52,3	54,7	51,6	48,5	51,7	52,3	54,9	51,9	48,8	52,2	54,6	56,6	57,9
4,0	74,1	76,2	73,6	70,7	73,6	74,3	76,6	74,1	71,4	75,0	77,6	80,4	83,1
5,0	87,4	88,9	87,0	85,0	87,1	87,6	89,2	87,6	85,9	88,6	90,7	93,0	95,4
6,0	94,3	95,2	94,1	92,9	94,2	94,5	95,5	94,6	93,7	95,4	96,7	98,0	99,2
8,0	99,0	99,2	99,0	98,7	99,0	99,1	99,3	99,2	99,0	99,4	99,7	99,9	100,0

Předpokládá se použití plánu odpovídající **DQL = 0,25 %** neshodných jednotek (úroveň III; $n = 315$; $L = 1$).

Potom pro **poměr jakosti $R = 4$** (RQL je čtyřnásobkem DQL, tj. **1,0 %** neshodných jednotek) je pravděpodobnost **73,6 %** že tento přijímací plán DQL popře.

Poznámka k výpočtu pravděpodobnosti popření DQL

Při výpočtech je použito binomické rozdělení, které odpovídá požadavku, že rozsah náhodného výběru $n < 0,1 N$, kde N je rozsah entity, ze které je odebrán náhodný výběr. **Distribuční funkci binomického rozdělení** můžeme napsat ve tvaru

$$B(x,n,p) = \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

$B(x,n,p)$ udává pravděpodobnost, že nastane nejvýše x náhodných jevů při n nezávislých pokusech, pokud náhodný jev má v každém pokusu stejnou pravděpodobnost p že nastane.

V diskutované normě je použito následující značení:

- n – rozsah náhodného výběru n ;
- x – mezní počet neshodných jednotek ve výběru L ;
- p – odpovídá podílu neshodných jednotek v prověřované entitě.

Pravděpodobnost nesprávného popření správné hodnoty DQL %, riziko α (v tab. 1 až 3), je dána výrazem

$$1 - B(L ; n ; DQL / 100) \leq 0,05 ;$$

pravděpodobnost, že nebude popřena DQL % když RQL % dosáhne LQR násobku DQL %, tj. když $RQL \% = DQL \% \times LQR$, riziko β (v tab. 1 až 3), je dána výrazem

$$B(L ; n ; LQR \times DQL / 100) \leq 0,10 ;$$

(obě výsledné pravděpodobnosti jsou velmi blízké hodnotám 0,05 resp. 0,10)

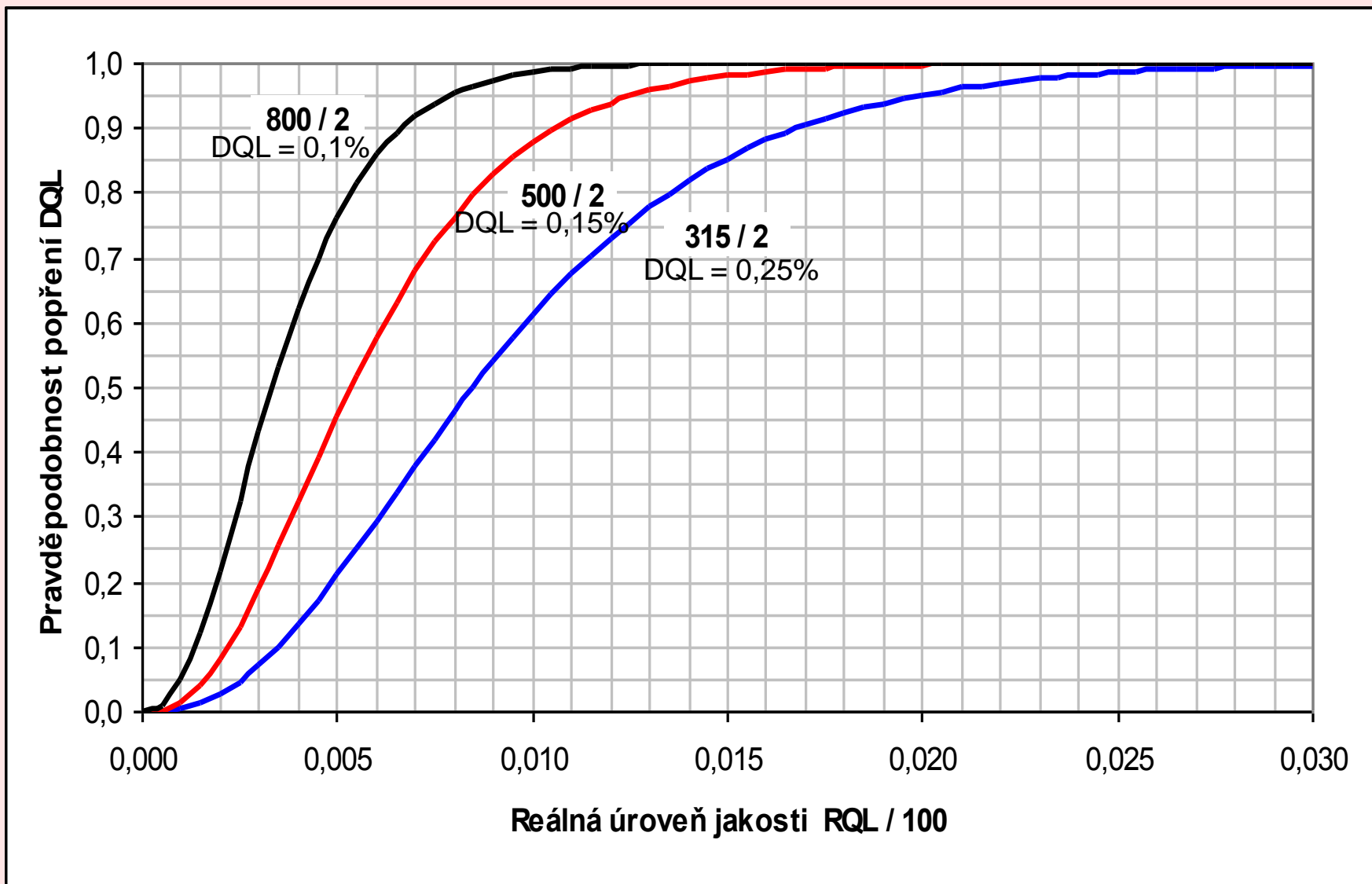
pravděpodobnost popření DQL % pro vyšetřovanou entitu, odpovídající poměru R ($R = RQL / DQL$) je dána (v tab. 5 až 7) výrazem

$$1 - B(L ; n ; R \times DQL / 100) ;$$

pravděpodobnost popření DQL % pro vyšetřovanou entitu v závislosti na RQL % je dána výrazem

$$1 - B(L ; n ; RQL / 100) .$$

Pravděpodobnost popření DQL pro přejímací plány odpovídající úrovni II, v závislosti na RQL



Hodnoty distribuční funkce binomického rozdělení lze vyhodnotit pomocí statistické funkce BINOMDIST programu Microsoft Excel. Parametry této funkce

BINOMDIST (úspěch; pokusy; pravděpodobnost úspěchu; počet)

odpovídají:

"úspěch" – mezní počet ve výběru **L** ,

"pokusy" – rozsah náhodného výběru **n** ,

"pravděpodobnost úspěchu" – podíl neshodných jednotek v entitě **p** ;

"počet" – logická hodnota, pro výpočet distribuční funkce se zadá **1** .

Příklad 1

U jisté firmy zhruba **6,5 %** faktur vykazovaly neshody. Vedení se rozhodlo, pro přijetí jistých opatření a snížit toto procento na **1,0 %**.

Jako nástroj pro zhodnocení účinnosti přijatých opatření bylo zvoleno **DQL = 1,0 %** a přejímací plán na **úrovni II**.

Z tabulky 4 se zjistilo, že deklarované úrovni jakosti $DQL = 1,0 \%$ odpovídá přejímací plán s rozsahem výběru **$n = 80$** a s mezním počtem neshodných jednotek **$L = 2$** .

Z tabulky 2 plyne, že pro tento plán je popření **$DQL = 1 \%$** , když ve skutečnosti její úroveň je správná, spojeno s rizikem **4,7 %** a pro **$RQL = 6,52 \%$** nesprávně zpracovaných faktur [tj. reálná úroveň jakosti je 6,52 (LQR) násobně horší než deklarovaná úroveň jakosti 1 %] je riziko **10 %**, že tato úroveň, přestože není správná, nebude popřena.

Byla uzavřena dohoda mezi odběratelem a dodavatelem, že dodavatel zajistí **úroveň jakosti procesu** tak, že procento neshodných jednotek nepřekročí hodnotu **0,15 %**.

Byl dohodnut audit k ověření tohoto závazku. Odběratel se rozhodl použít této části normy, zvolit co nejstrmější rozlišení - **úroveň III**. Odpovídající přejímací plán plyne z tabulky 3, kde pro **DQL = 0,15 %** je uveden přejímací plán **n = 800** a **L = 3**. Tento přejímací plán zaručuje, že bude-li **RQL = DQL = 0,15 %** nebude DQL popřena s větším rizikem než **$\alpha = 0,034$** (3,4 %) a v případě že bude **$RQL = DQL \times LQR = 0,15 \times 5,55 = 0,83 \%$** je riziko **$\beta = 0,10$** (10 %) že DQL nebude popřena (přestože není správná).

