



**Národní informační středisko
pro podporu jakosti**

Stanovení měr opakovatelnosti a reprodukovatelnosti při kontrole měření a srovnáváním

Ing. Jan Král

Úvodní teze

- ◆ Zásah do procesu se děje na základě měření. To znamená, že naše schopnost regulovat proces je přímo ovlivněna schopností měřením získat *hodnotu pravou*.
- ◆ Vzorek odebraný z procesu je náhodný výběr a jeho vyhodnocením získáme náhodnou veličinu.

Úvodní teze

- ◆ Kvalita měření je dána systémem měření (prostředí, operátor, měřidlo). Tento systém musí být způsobilý jako celek.
- ◆ Kvalitu měření jsme schopni posuzovat, pokud je systém měření ve statisticky zvládnutém stavu-tj. působí na něj pouze náhodné příčiny.

Co je účelem MSA

- ◆ Účelem MSA je poskytnout směrnici pro posouzení kvality systému měření

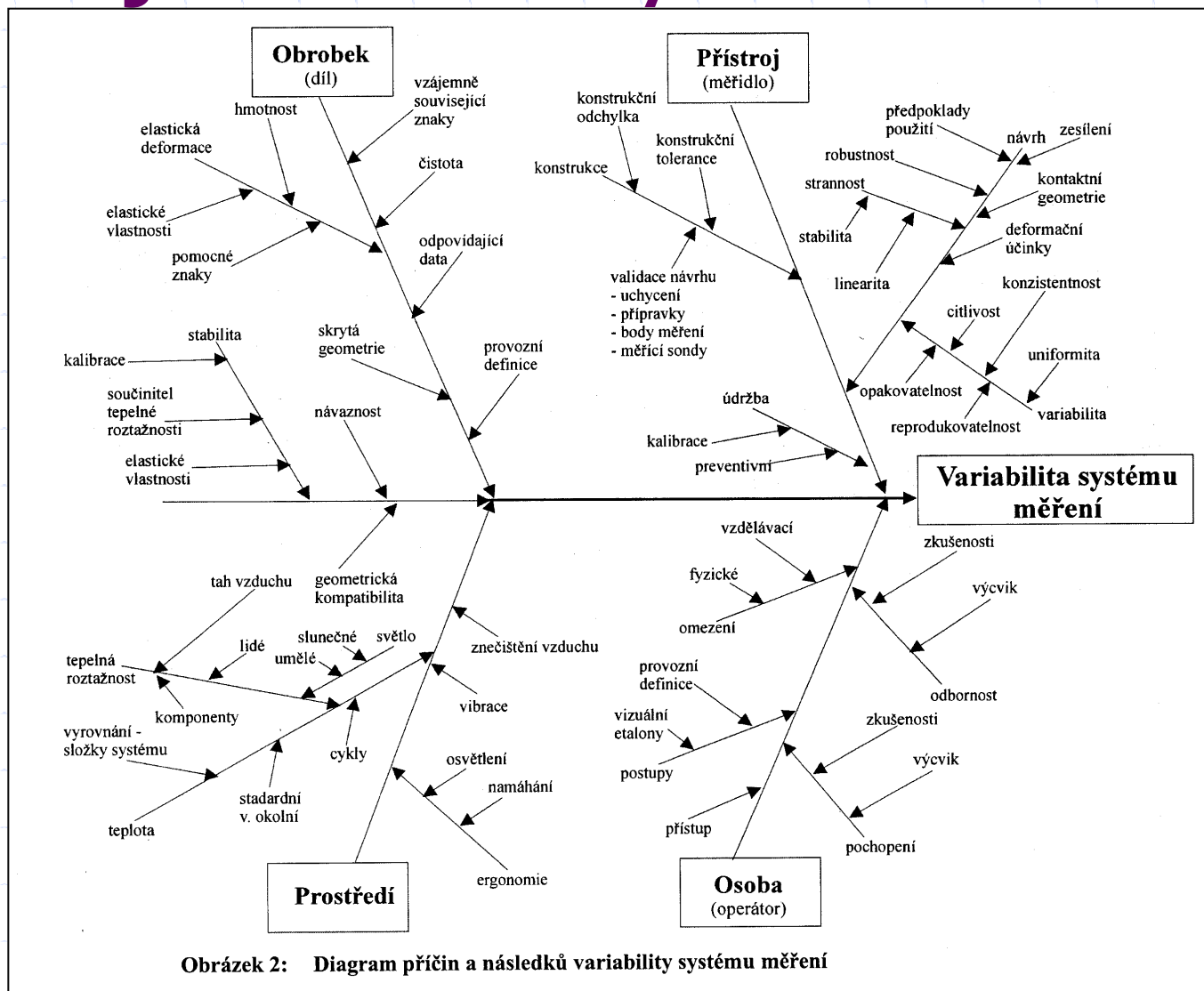
Etalony a návaznost

- ◆ Návaznost je důležitým pojmem v obchodním styku. Měření, která jsou vázána na stejný *etalon* budou mnohem těsnější.
- ◆ Použití takovýchto měřidel výrazně snižuje riziko zamítnutí dobrého produktu a přijetí špatného produktu

Řetězec návaznosti



Zdroje variability



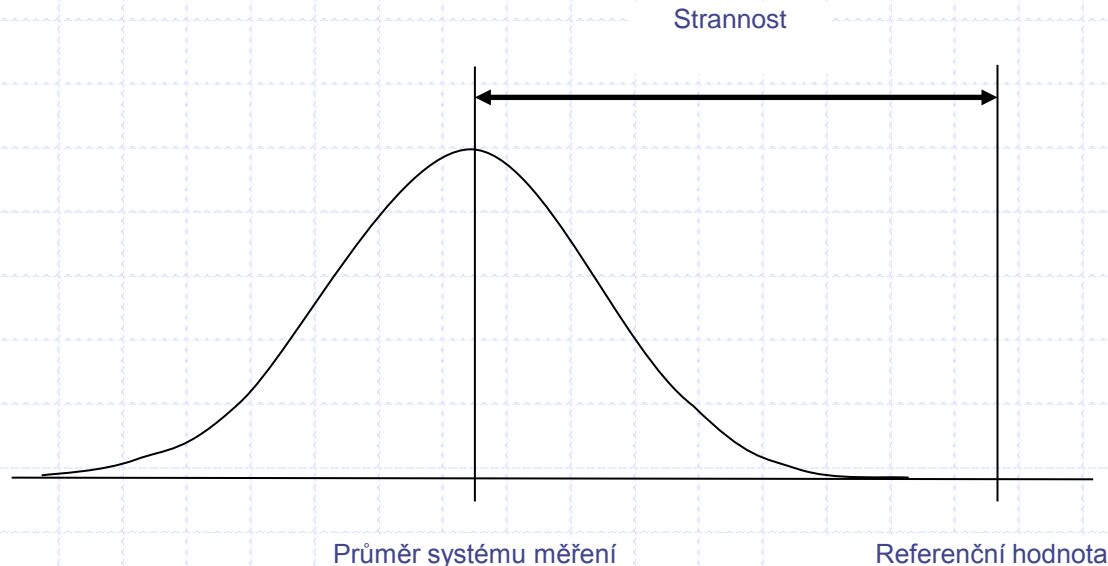
Obrázek 2: Diagram příčin a následků variability systému měření

Druhy variability systému. měření

- Strannost - rozdíl mezi pravou hodnotou a pozorovanou průměrnou hodnotou měření
- Stabilita - změna strannosti v čase
- Linearita- změna strannosti vzhledem k velikosti
- Opakovatelnost – variabilita operátora
- Reprodukovatelnost – variabilita mezi operátory

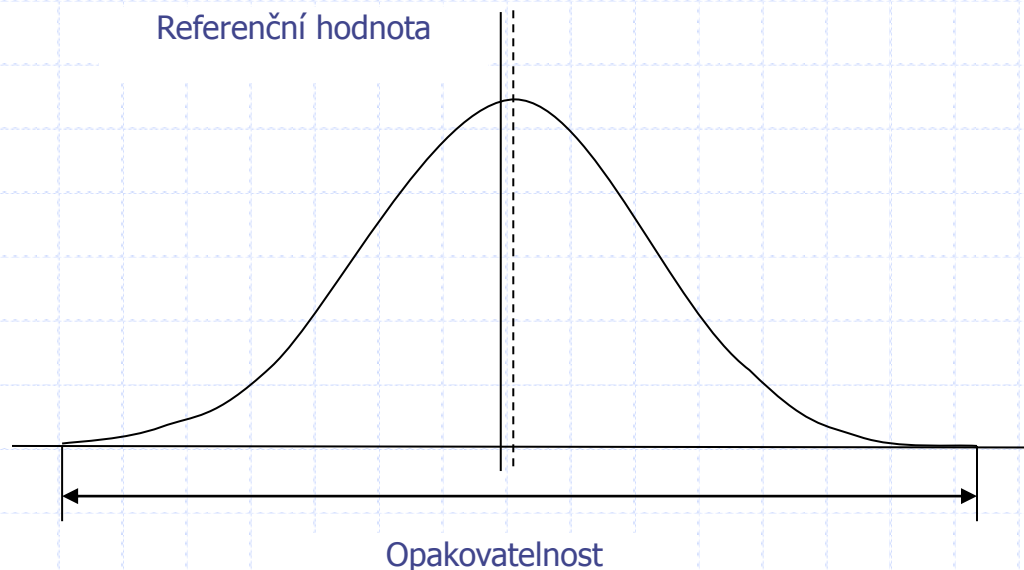
Strannost

Strannost je rozdíl mezi pozorovaným průměrem měření a referenční hodnotou měření provedených na jednom jakostním znaku stejného dílu. Jedná se o míru systematické chyby měření.



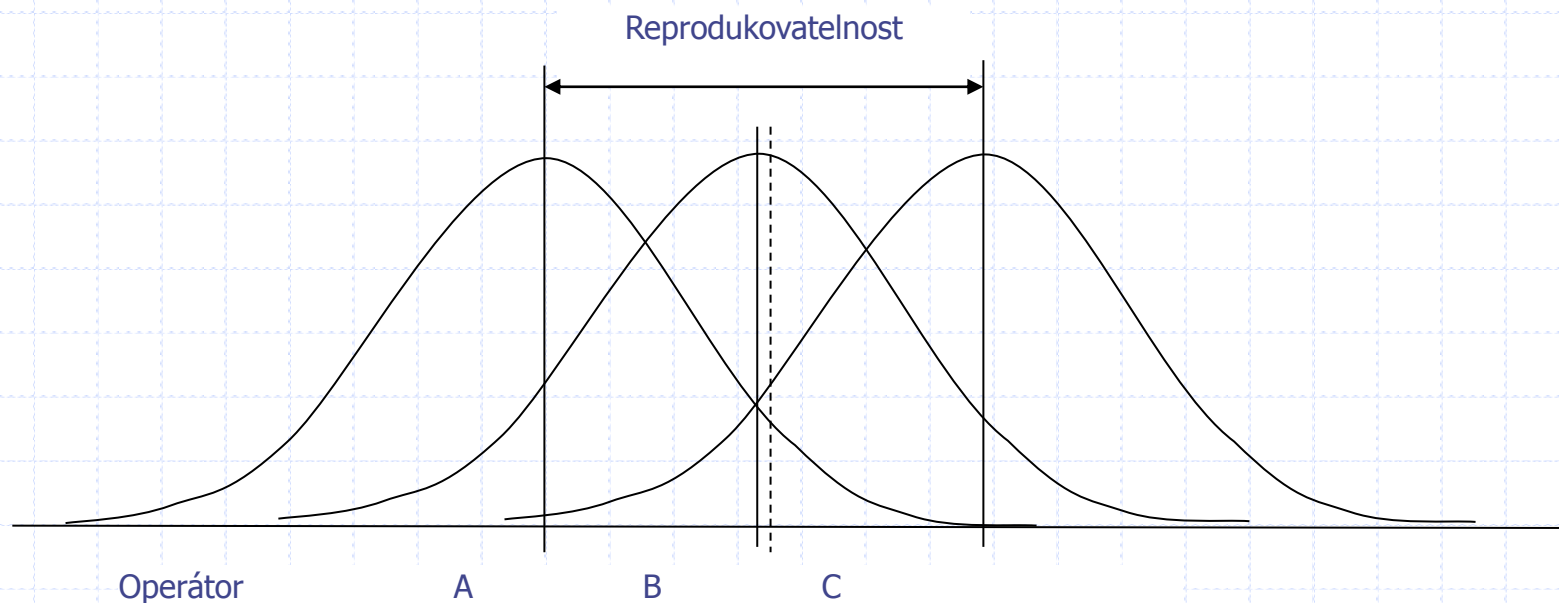
Opakovatelnost

Běžně označovaná jako variabilita „operátora“.
Opakovatelnost je variabilita v po sobě (krátkodobě) jdoucích zkouškách, jedním měřidlem, stejným operátorem na stejném dílu za konstantních a definovaných podmínek



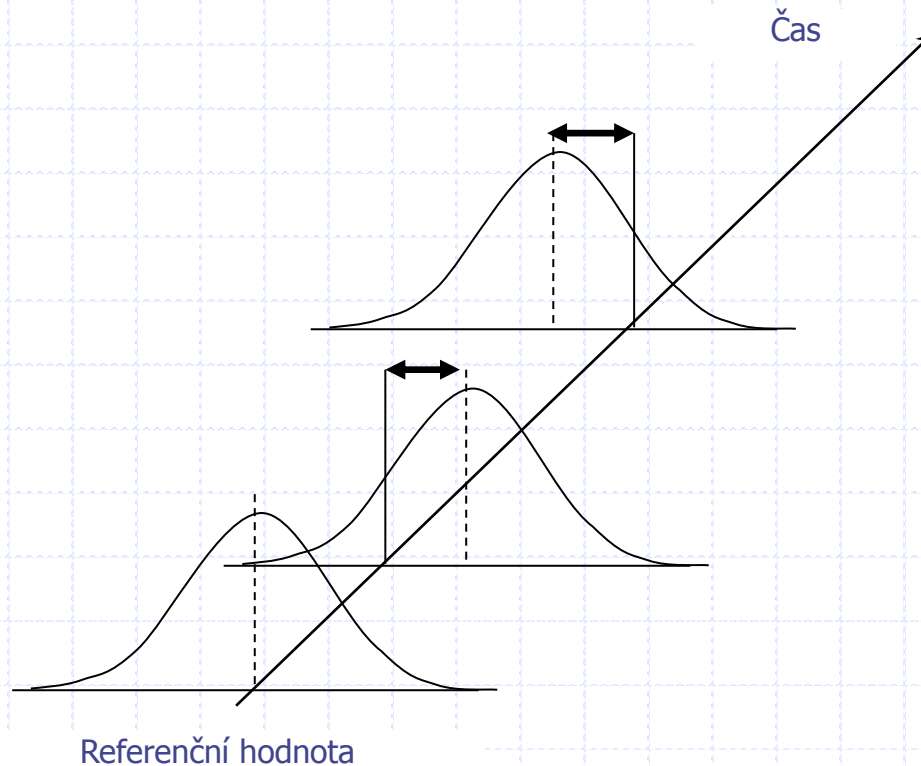
Reprodukovatelnost

Reprodukovatelnost běžně označovaná jako „variabilita mezi operátory“ je variabilita průměrů měření provedených různými operátory při použití stejného měřidla při měření stejného znaku u jednoho dílu



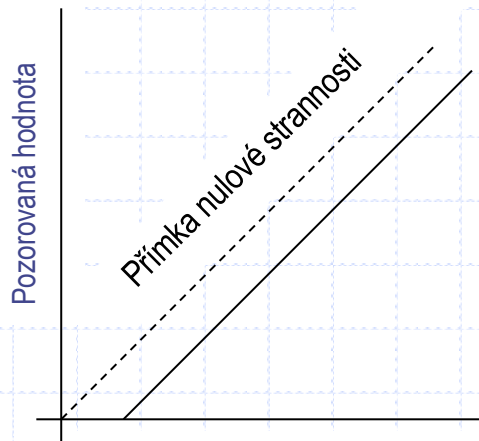
Stabilita

Stabilita je změna strannosti v čase, tj. z dlouhodobého hlediska celková variabilita výsledků měření jakostního znaku.



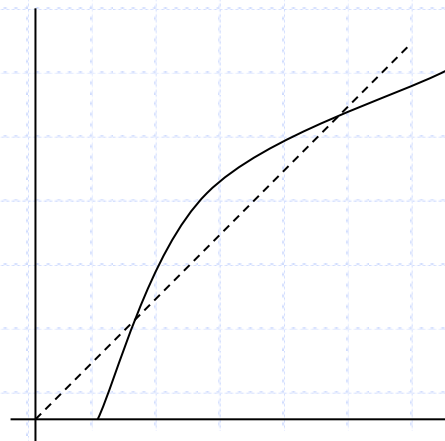
Linearita

Linearita je změna strannosti v běžném provozním rozsahu (vyjadřuje systematickou chybu systému měření).



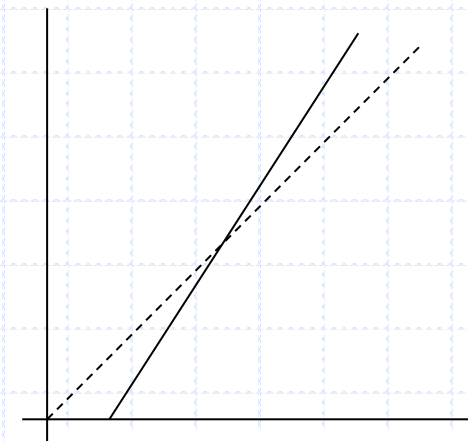
Referenční hodnota

Konstantní strannost



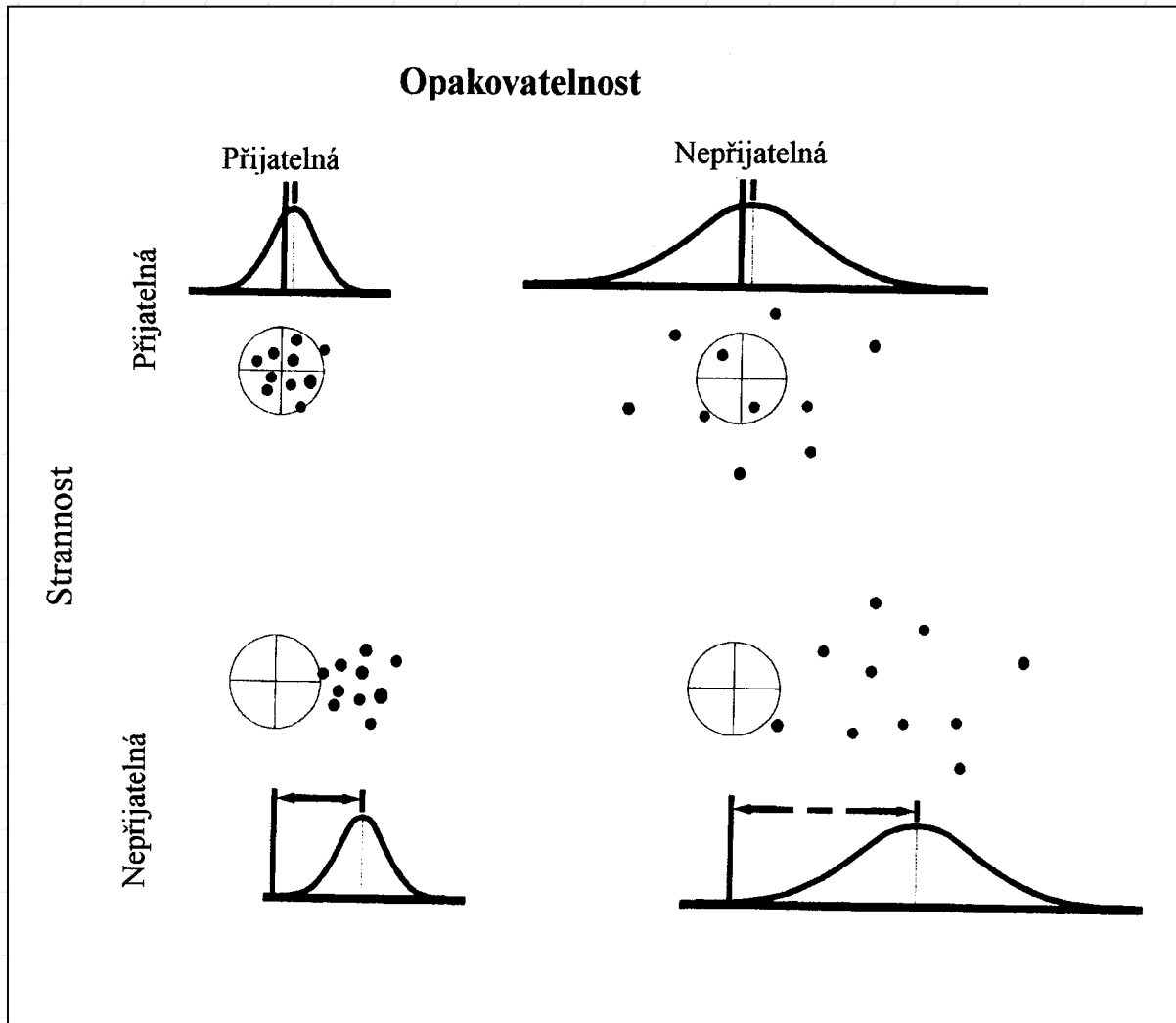
Referenční hodnota

Nekonstantní strannost



Referenční hodnota

Vztah mezi stranností a opakovatelností



GRR - Metoda založená na rozpětí

Díly	Operátor A	Operátor B	Rozpětí (A, B)
1	0,85	0,80	0,05
2	0,75	0,70	0,05
3	1,00	0,95	0,05
4	0,45	0,55	0,10
5	0,50	0,60	0,10

$$\text{Průměrné rozpětí } (\bar{R}) = \frac{\sum R_i}{5} = \frac{0,35}{5} = 0,07$$

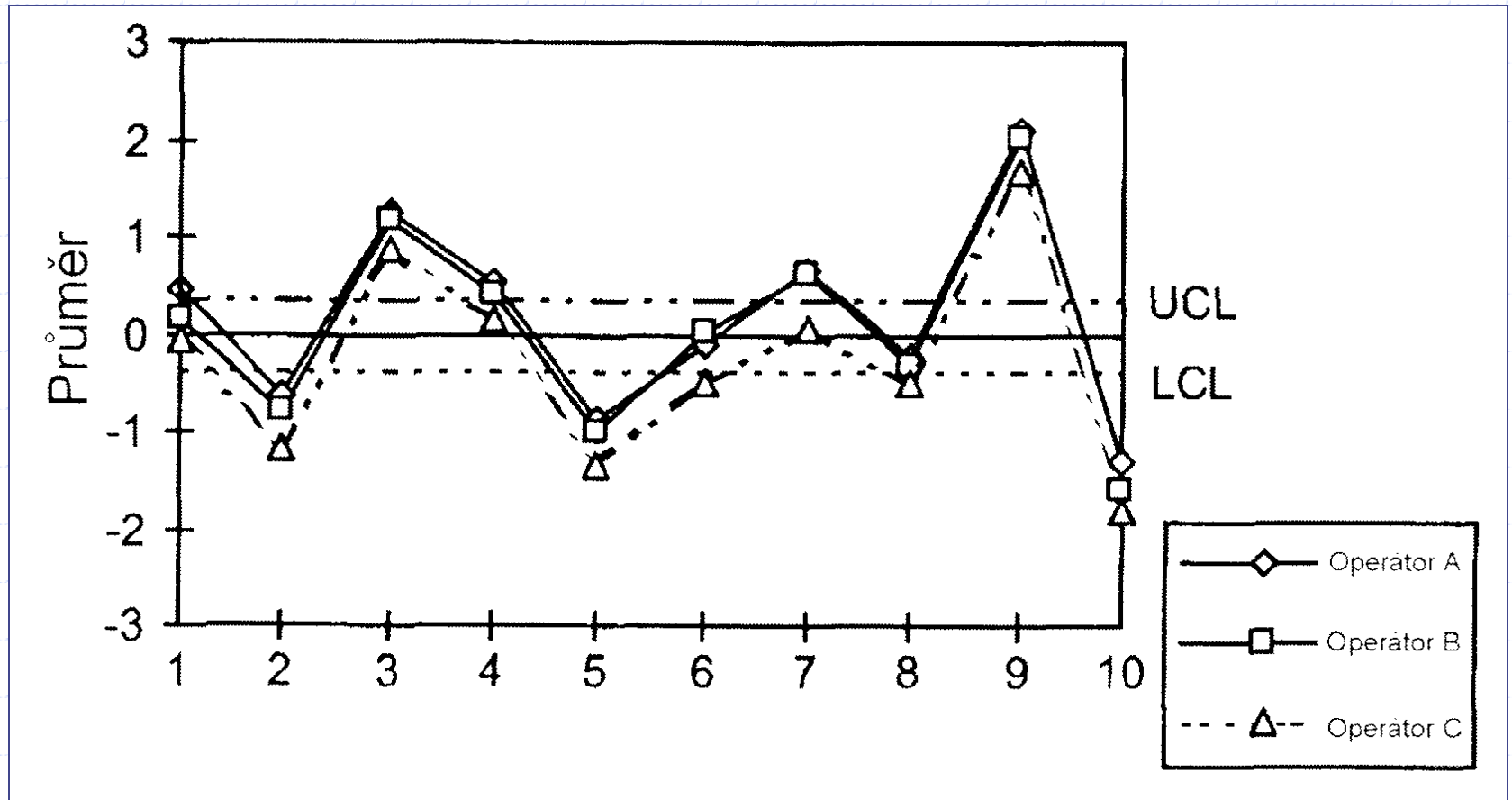
$$GRR = \left(\frac{\bar{R}}{d_2^*} \right) = \left(\frac{\bar{R}}{1,19} \right) = \left(\frac{0,07}{1,19} \right) = 0,0588$$

(směrodatná odchylka procesu = 0,0777 podle předchozí studie)

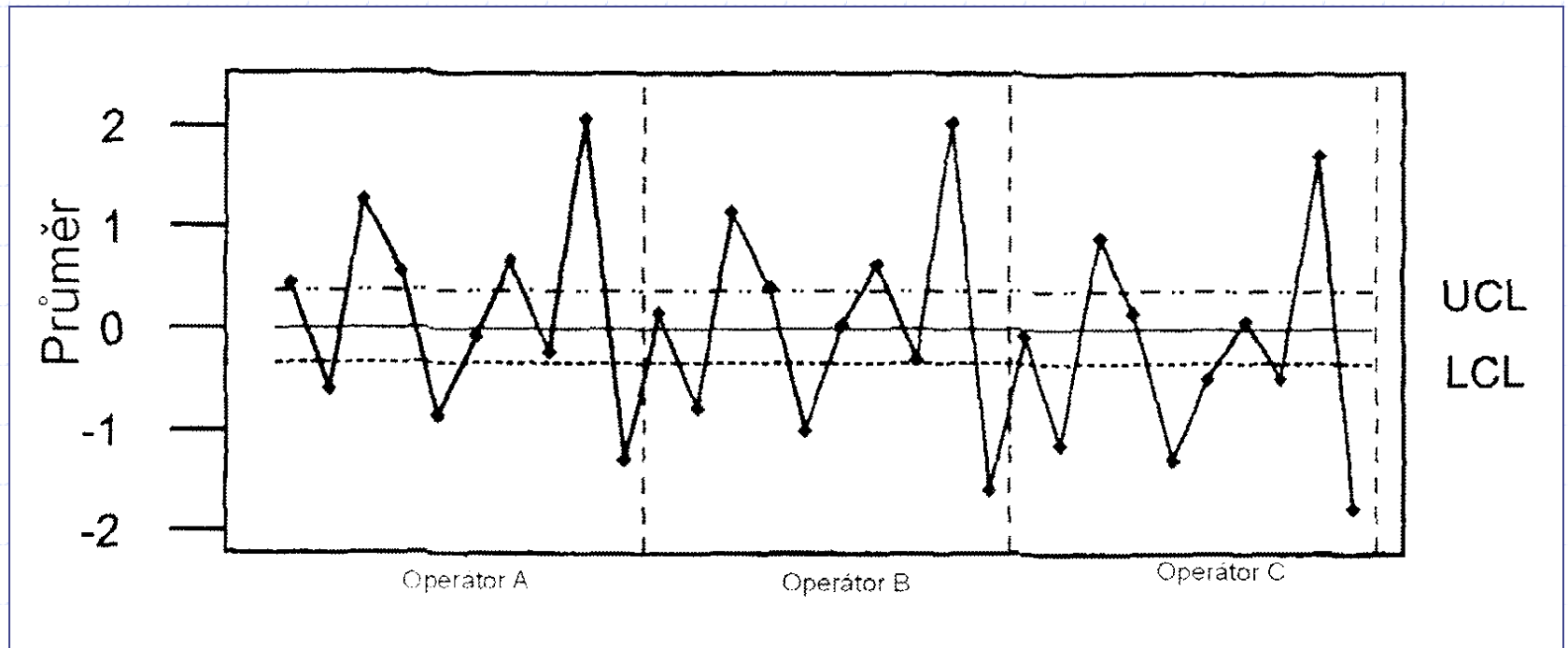
$$\%GRR = 100 * \left(\frac{GRR}{\text{směrodatná odchylka procesu}} \right) = 75,7 \%$$

Grafická analýza

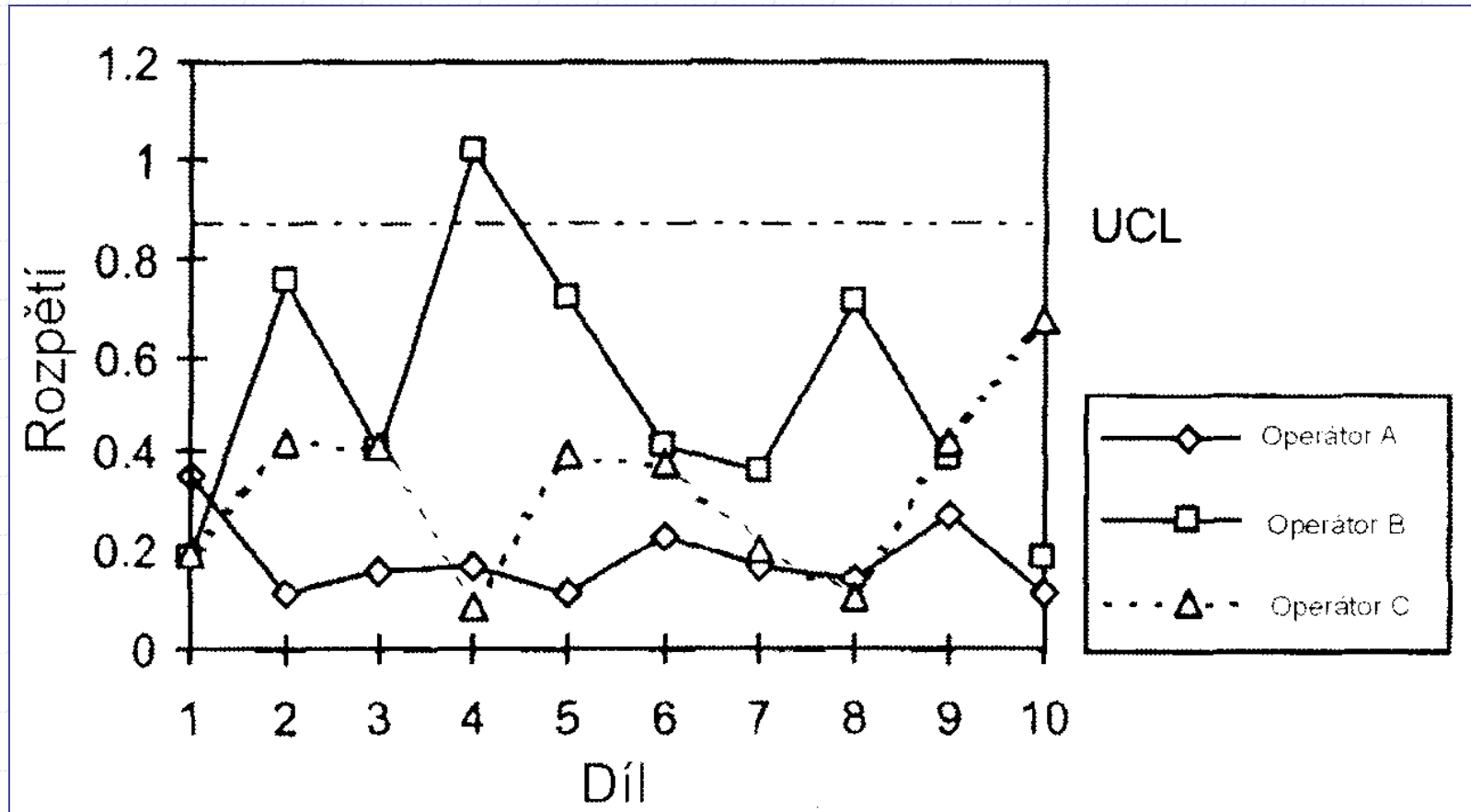
Sdružený průměr



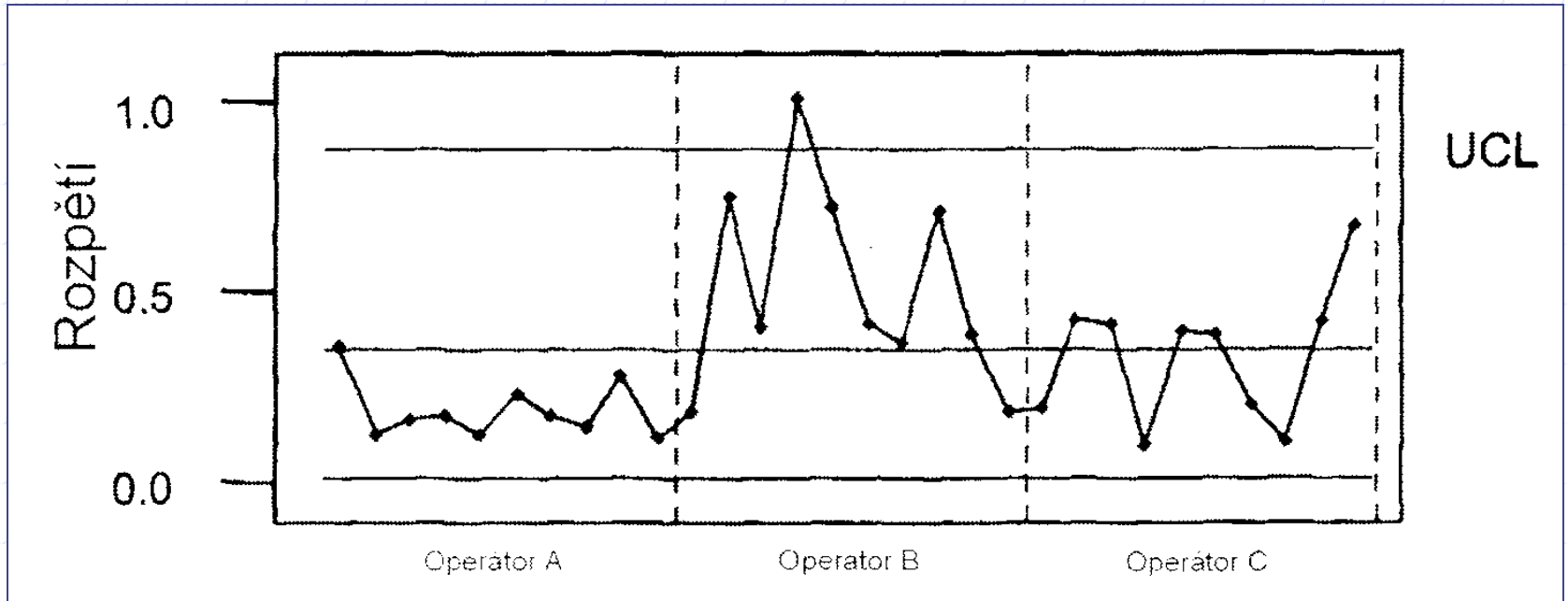
Průměr rozložený



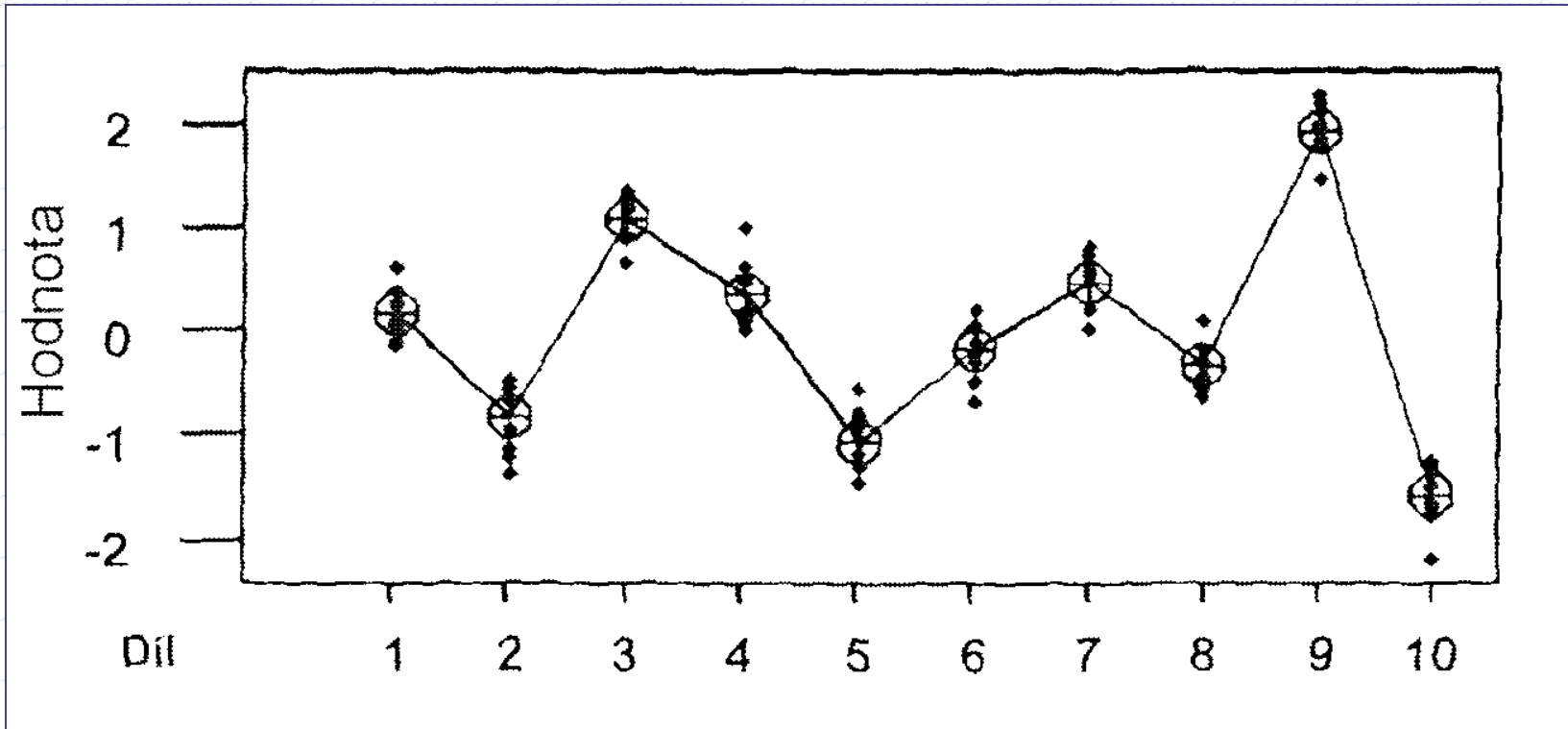
Sdružená rozpětí



Rozložená rozpětí



Iterace podle dílu



Numerická metoda X bar, R

Ukázka z listu pro sběr dat

11	C	1	0,04	-1,38	0,88	0,14	-1,46	-0,29	0,02	-0,46	1,77	-1,49	-0,223
12		2	-0,11	-1,13	1,09	0,20	-1,07	-0,67	0,01	-0,56	1,45	-1,77	-0,256
13		3	-0,15	-0,96	0,67	0,11	-1,45	-0,49	0,21	-0,49	1,87	-2,16	-0,284
14	Průměr		0,073	-1,157	0,880	0,150	-1,327	-0,483	0,080	-0,503	1,697	-1,807	$\bar{X}_c = -0,2543$
15	Rozpětí		0,19	0,42	0,42	0,09	0,39	0,38	0,20	0,10	0,42	0,67	$\bar{R}_c = 0,328$
16	Průměr pro díl		0,169	-0,851	1,099	0,367	-1,064	-0,186	0,454	-0,342	1,940	-1,571	$\bar{\bar{X}} = 0,0014$ $R_p = 3,511$
17	$([\bar{R}_a = 0,184] + [\bar{R}_b = 0,513] + [\bar{R}_c = 0,328]) / [\text{počet operátorů} = 3] =$												$\bar{\bar{R}} = 0,3417$
18	$[\text{Max } \bar{X} = 0,1903] - [\text{Min } \bar{X} = -0,2543] = \bar{X}_{\text{DIFF}} = 0,4446$												
19	$* [\bar{\bar{R}} = 0,3417] \times [D_4 = 2,58] = UCL_R = 0,8816$												

Protokol GRR

1/2

Číslo a název dílu:	Název měřidla:	Datum:						
Znaky:	Číslo měřidla	Provedl:						
Specifikace:	Typ měřidla:							
Hodnoty z listu pro sběr dat:	$\bar{R} = 0,3417$	$\bar{X}_{DIFF} = 0,4446$						
		$R_p = 3,511$						
Analýza měřicí jednotky		% celkové variability (TV)						
<p>Opakovatelnost – variabilita zařízení (EV)</p> $EV = \bar{R} \times K_1$ $= 0,3417 \times 0,5908$ $= 0,20188$		$\%EV = 100 [EV/TV]$ $= 100 [0,20188/1,14610]$ $= 17,62 \%$						
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Počet měření</th> <th>K_1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>0,8862</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0,5908</td> </tr> </tbody> </table>	Počet měření	K_1	2	0,8862	3	0,5908	
Počet měření	K_1							
2	0,8862							
3	0,5908							
<p>Reprodukovatelnost – Variabilita operátora (AV)</p> $AV = \sqrt{(\bar{X}_{DIFF} \times K_2)^2 - (EV^2 / (nr))}$ $= \sqrt{(0,4446 \times 0,5231)^2 - (0,20188^2 / (10 \times 3))}$ $= 0,22963$ <p>$n = \text{díly}$ $r = \text{měření}$</p>		$\%AV = 100 [AV/TV]$ $= 100 [0,22963/1,14610]$ $= 20,04 \%$						
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Operátoři</th> <th>2</th> <th>3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>K_2</td> <td>0,7071</td> <td>0,5231</td> </tr> </tbody> </table>	Operátoři	2	3	K_2	0,7071	0,5231	
Operátoři	2	3						
K_2	0,7071	0,5231						

Protokol GRR

2/2

<p>Opakovatelnost a reprodukovatelnost (GRR)</p> $GRR = \sqrt{EV^2 + AV^2}$ $= \sqrt{(0,20188^2 + 0,22963^2)}$ $= 0,30575$		$\%GRR = 100 (GRR/TV)$ $= 100 [0,30575/1,14610]$ $= 26,68 \%$																				
<p>Variabilita dílu (PV)</p> $PV = R_p \times K_3$ $= 1,10456$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Díly</th> <th>K_3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>0,7071</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,5231</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,4467</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,4030</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,3742</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,3534</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,3375</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,3249</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,3146</td></tr> </tbody> </table>	Díly	K_3	2	0,7071	3	0,5231	4	0,4467	5	0,4030	6	0,3742	7	0,3534	8	0,3375	9	0,3249	10	0,3146	$\% PV = 100 [PV/TV]$ $= 100 [1,10456/1,14610]$ $= 96,38 \%$
Díly	K_3																					
2	0,7071																					
3	0,5231																					
4	0,4467																					
5	0,4030																					
6	0,3742																					
7	0,3534																					
8	0,3375																					
9	0,3249																					
10	0,3146																					
<p>Celková variabilita (TV)</p> $TV = \sqrt{GRR^2 + PV^2}$ $= \sqrt{(0,30575^2 + 1,10456^2)}$ $= 1,14610$		$ndc = 1,41 (PV/GRR)$ $= 1,41 (1,10456/0,3075)$ $= 5,094 \sim 5$																				
<p>Informace o teorii a konstantách použitých ve formuláři – viz. Příručka MSA Reference Manual, 3. vydání</p>																						

Studie metodou srovnávání

Systemy měření diskretních proměnných představují skupinu měření, kde je hodnota výsledku měření jednou z konečného počtu tříd.

Nejběžnějším takovým měřidlem je kalibr s dobrou a zmetkovou stranou, který má pouze dva možné výsledky.

Ukázka z listu pro sběr dat

Díl	A-1	A-2	A-3	B-1	B-2	B-3	C-1	C-2	C-3	Reference	Referenční hodnota	Kód
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		-
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		-
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		-
6	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1		X
7	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1		X
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		-
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0		X
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
14	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1		X
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		+
21	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1		X
22	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0		X

Analýza metodou křížových tabulek

A Ukazatel shody jednotlivých operátorů

Tabulka A * B

			B		Celkem
			0	1	
A	0	Výsledek	44	6	50
		Oček.výsl.	15,7	34,3	50,0
	1	Výsledek	3	97	100
		Oček.výsl.	31,3	68,7	100,0
Celkem	Výsledek	47	103	150	
	Oček.výsl.	47,0	103,0	150,0	

po: 0,94 pe: 0,5627

Tabulka B * C

			C		Celkem
			0	1	
B	0	Výsledek	42	5	47
		Oček.výsl.	16,0	31,0	47,0
	1	Výsledek	9	94	103
		Oček.výsl.	35,0	68,0	103,0
Celkem	Výsledek	51	99	150	
	Oček.výsl.	51,0	99,0	150,0	

po: 0,9067 pe: 0,56

Tabulka A * C

			C		Celkem
			0	1	
A	0	Výsledek	43	7	50
		Oček.výsl.	17,0	33,0	50,0
	1	Výsledek	8	92	100
		Oček.výsl.	34,0	66,0	100,0
Celkem	Výsledek	51	99	150	
	Oček.výsl.	51,0	99,0	150,0	

po: 0,9 pe: 0,5533

Ukazatel shody κ (kappa)

$$\kappa = \frac{p_o - p_e}{1 - p_e}$$

Kappa	A	B	C
A	X	0,86	0,78
B	0,86	X	0,79
C	0,78	0,79	X

A-B dobrá až vynikající shoda
 A-C dobrá až vynikající shoda
 B-C dobrá až vynikající shoda

Analýza metodou křížových tabulek

B

Ukazatel shody s referenční hodnotou

A * Ref.

			Ref.		Celkem
			0	1	
A	0	Výsledek	45	5	50
		Oček.výsl.	16,0	34,0	50,0
	1	Výsledek	3	97	100
		Oček.výsl.	32,0	68,0	100,0
Celkem		Výsledek	48	102	150
		Oček.výsl.	48,0	102,0	150,0

po: 0,9467 pe: 0,56

B * Ref.

			Ref		Celkem
			0	1	
B	0	Výsledek	45	2	47
		Oček.výsl.	15,0	32,0	47,0
	1	Výsledek	3	100	103
		Oček.výsl.	33,0	70,0	103,0
Celkem		Výsledek	48	102	150
		Oček.výsl.	48,0	102,0	150,0

po: 0,9667 pe: 0,5667

C * Ref.

			Ref		Celkem
			0	1	
C	0	Výsledek	42	9	51
		Oček.výsl.	16,3	34,7	51,0
	1	Výsledek	6	93	99
		Oček.výsl.	31,7	67,3	99,0
Celkem		Výsledek	48	102	150
		Oček.výsl.	48,0	102,0	150,0

po: 0,9 pe: 0,5573

Ukazatel shody κ (kappa)

$$\kappa = \frac{p_o - p_e}{1 - p_e}$$

	A	B	C
Kappa	0,88	0,92	0,77

A-Ref. dobrá až vynikající shoda

B-Ref. dobrá až vynikající shoda

C-Ref. dobrá až vynikající shoda

Analýza metodou křížových tabulek

C	Účinnost					
	% operátora vůči sobě			% operátor proti standardu		
	A	B	C	A	B	C
Celkový zkontrolovaný počet	50	50	50	50	50	50
Počet shodných	42	45	40	42	45	40
95% UCI	92,8	96,7	90,0	92,8	96,7	90,0
Vypočtené bodové hodnocení	84,00	90,00	80,00	84,00	90,00	80,00
95% LCI	70,9	78,2	66,3	70,9	78,2	66,3

Analýza metodou křížových tabulek

	Účinnost	Riziko chybějícího signálu	Riziko zbytečného signálu
A	84,00	6,3	4,9
B	90,00	6,3	2,0
C	80,00	12,5	8,8

Rozhodnutí	Účinnost	Riziko chybějícího signálu	Riziko zbytečného signálu
Přijatelný	$\geq 90\%$	$\leq 2\%$	$\leq 5\%$
Zlepšit	$\geq 80\%$	$\leq 5\%$	$\leq 10\%$
Nepřijatelný	$\geq 80\%$	$> 5\%$	$> 10\%$