

Způsobilost systému měření podle normy ČSN ISO 22514-7

doc. Ing. Eva Jarošová, CSc.

Předmět normy

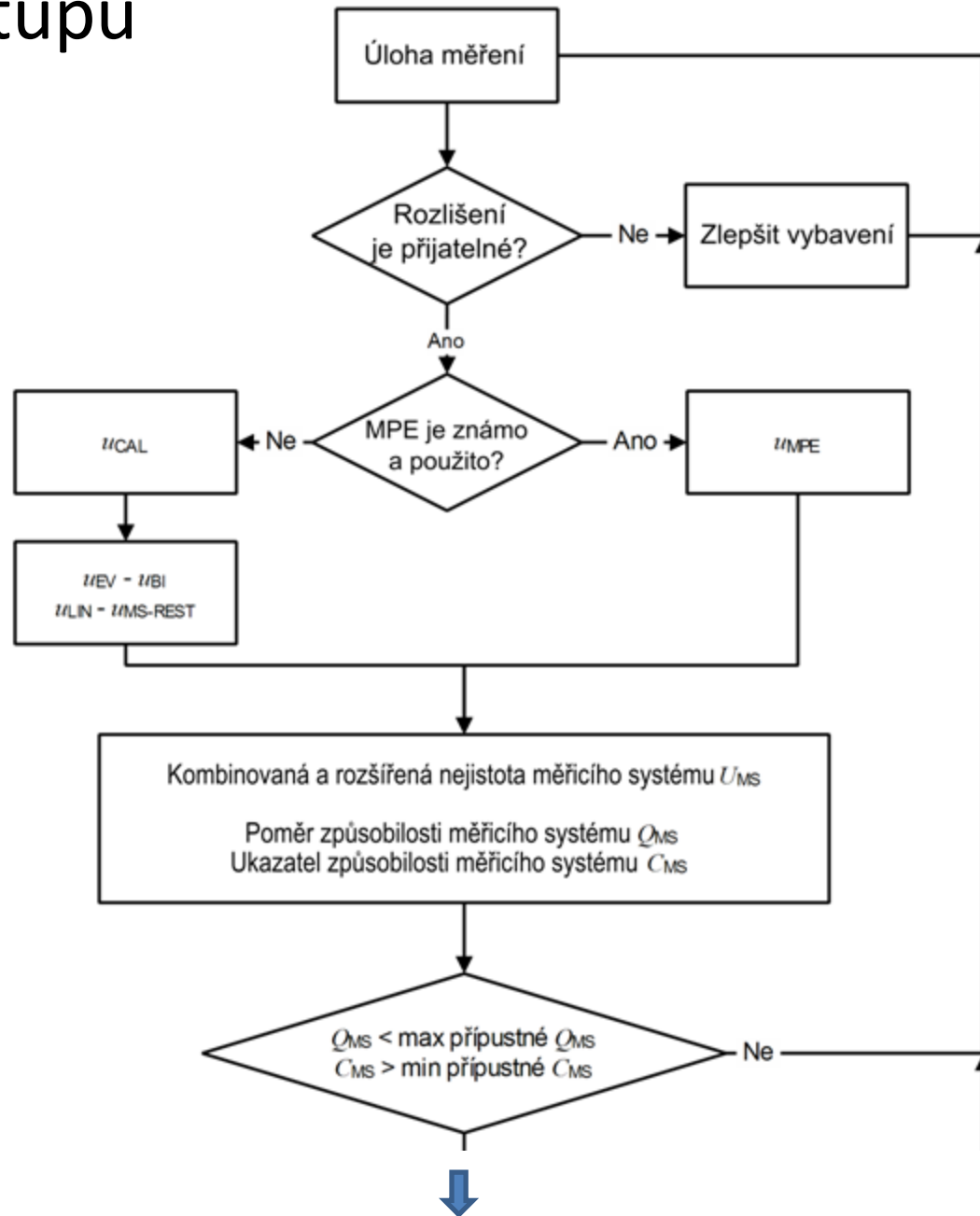
- Postup validace měřicího systému a procesu měření
(ověření, zda daný proces měření vyhovuje požadavkům pro určitou měřicí úlohu)
- Doporučená přijímací kritéria:
ukazatel způsobilosti C_{MS}
ukazatel vhodnosti Q_{MS}
- Způsobilost procesu měření je odvozena ze statistických vlastností měření z procesu měření, který probíhá predikovatelným způsobem (plánovaný experiment).

Obsah

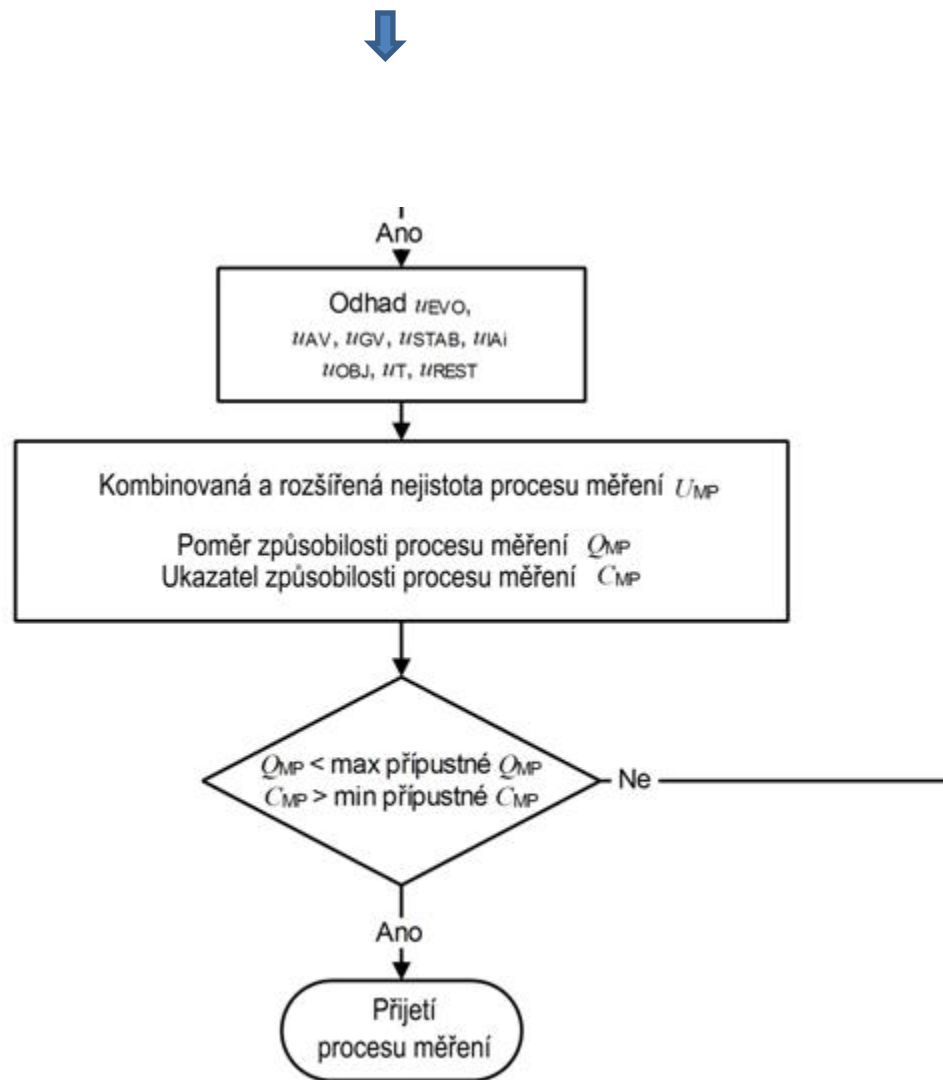
- Základní informace o normě ČSN ISO 22514-7
- Vyjadřování a kombinování složek nejistoty, především
 - rozlišení, kalibrace
 - vychýlení (strannost, bias), linearita
 - opakovatelnost, reprodukovatelnost
- Porovnání s VDA 5: Vhodnost kontrolních procesů
- Příklady

Schéma postupu validace

Analýza způsobilosti systému měření



Analyza způsobilosti procesu měření



Označení

	Vliv (zdroj nejistoty)	Symbol
Měřicí systém	Největší dovolená chyba měření	U_{MPE}
	Rozlišení	U_{RE}
	Kalibrace	U_{CAL}
	Opakovatelnost na etalonu	U_{EVR}
	Měřicí systém	U_{EV}
	Linearita	U_{LIN}
	Bias (vychýlení)	U_{BI}
	Další vlivy měřicího systému	$U_{MS-REST}$
Měřicí proces	Opakovatelnost na objektu měření	U_{EVO}
	Reprodukovatelnost měřicích míst	U_{GV}
	Interakce	U_{IA}
	Nehomogenita objektu kontroly	U_{OBJ}
	Teplota	U_T
	Další vlivy měřicího procesu	U_{REST}
	Reprodukovatelnost v různých časových bodech	U_{STAB}

Definice ukazatelů (kap. 9)

Způsobnost měřicího systému $C_{MS} = \frac{0,3 \cdot (U - L)}{6u_{MS}}$

Způsobnost procesu měření $C_{MP} = \frac{0,3 \cdot (U - L)}{3u_{MP}}$

Kombinovaná standardní nejistota měřicího systému

$$u_{MS} = \sqrt{u_{CAL}^2 + u_{LIN}^2 + u_{BI}^2 + u_{EV}^2 + u_{MS-REST}^2} \quad u_{EV} = \max\{u_{EVR}, u_{RE}\}$$

Kombinovaná standardní nejistota procesu měření

$$u_{MP} = \sqrt{u_{CAL}^2 + u_{LIN}^2 + u_{BI}^2 + u_{EV}^2 + u_{MS-REST}^2 + u_{AV}^2 + u_{GV}^2 + u_{STAB}^2 + u_{OBJ}^2 + u_T^2 + u_{REST}^2 + \sum_i u_{IAi}^2}$$
$$u_{EV} = \max\{u_{EVR}, u_{EVO}, u_{RE}\}$$

Výkonnostní poměr měřicího systému

$$Q_{MS} = \frac{2 \cdot U_{MS}}{U - L} \cdot 100 \text{ (\%)}$$

Výkonnostní poměr procesu měření

$$Q_{MP} = \frac{2 \cdot U_{MP}}{U - L} \cdot 100 \text{ (\%)}$$

Rozšířená nejistota

$$U_{MS} = k \cdot u_{MS}$$

$$U_{MP} = k \cdot u_{MP}$$

k - faktor pokrytí (koeficient rozšíření)
Za předpokladu normálního rozdělení a při spolehlivosti 95 % je $k = 2$.

Poznámky:

(standardní) nejistota u - směrodatná odchylka

rozšířená nejistota U – polovina šířky intervalu spolehlivosti

C_{MS} a C_{MP} min. 1,33 (VDA 5 uvádí jen C_g a C_{gk})

Q_{MS} max. 15 %, Q_{MP} max. 30 % (VDA 5 stejně)

Vyhodnocení nejistoty měření

- **Vyhodnocení způsobem A (experimentálně)**
statistická analýza naměřených hodnot veličiny získaných za definovaných podmínek měření (u_{LIN} , u_{BI} , u_{EVR} , u_{AV} aj.)
- **Vyhodnocení způsobem B**
založené na informaci, např.

$$u_{\text{CAL}} = U_{\text{CAL}} / k_{\text{CAL}} \quad (U_{\text{CAL}} \text{ a } k_{\text{CAL}} \text{ z kalibračního protokolu})$$

$$u_{\text{RE}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{RE}{2} \quad (\text{RE technický údaj měřidla})$$

$$u_{\text{MPE}} = \frac{MPE}{\sqrt{3}} \quad (\text{MPE technický údaj měřidla})$$

Pozn.: Koeficient $\sqrt{3}$ odpovídá rovnoměrnému rozdělení odchylek od jmenovité hodnoty.

Ukázka postupu (příklad z VDA 5)

Zadáno:

Informace o měřicím systému

Informace o procesu měření

Výpočty

- Výpočet nejistot na základě daných informací (typ B)
- Experimentální stanovení nejistot (typ A, měření na etalonu)
- Ověření vhodnosti měřicího systému (výpočet Q_{MS} , C_{MS})
- Experimentální stanovení nejistot (typ A, měření na dílech)
- Ověření vhodnosti procesu měření (výpočet Q_{MP} , C_{MP})

Informace o měřicím systému

Jmenovitý rozměr	64,505 mm
Horní mez tolerance U	64,530 mm
Dolní mez tolerance L	64,480 mm
Rozlišení měřidla RE (1 digit = 0,0001 mm)	0,1 μm
Nejistota kalibrace U_{CAL}	1,8 μm
Koeficient rozšíření k_{CAL}	2
Linearita u_{LIN} (z předběžného šetření)	0
Hraniční chyba pro snímače/snímání	0,8 μm
Referenční hodnota etalonu 1 / měřicí pozice 1	64,5042 mm
Referenční hodnota etalonu 1 / měřicí pozice 2	64,5035 mm
Referenční hodnota etalonu 1 / měřicí pozice 3	64,5016 mm
Referenční hodnota etalonu 2 / měřicí pozice 1	64,5421 mm
Referenční hodnota etalonu 2 / měřicí pozice 2	64,5449 mm
Referenční hodnota etalonu 2 / měřicí pozice 3	64,5465 mm
Referenční hodnota etalonu 3 / měřicí pozice 1	64,4604 mm
Referenční hodnota etalonu 3 / měřicí pozice 2	64,4612 mm
Referenční hodnota etalonu 3 / měřicí pozice 3	64,4596 mm
Limitní hodnota ukazatele vhodnosti měřicího systému Q_{MS}	15 %

Informace o procesu měření

Koeficient tepelné roztažnosti α objektu kontroly (ocel)	$11,5 \text{ 1/K} \cdot 10^{-6} \text{ /K}$
Koeficient tepelné roztažnosti α měřicího systému (ocel)	$11,5 \text{ 1/K} \cdot 10^{-6} \text{ /K}$
Standardní nejistota koeficientu tepelné roztažnosti objektu kontroly $u_{\alpha\text{OBJ}}$ (ocel)	$1,2 \text{ 1/K} \cdot 10^{-6} \text{ /K}$
Standardní nejistota koeficientu tepelné roztažnosti měřicího systému $u_{\alpha\text{R}}$ (ocel)	$1,2 \text{ 1/K} \cdot 10^{-6} \text{ /K}$
Extrémní teplota (okolí)	30 °C
Hodnota indikovaná měřicím systémem	64,505 mm
Hraniční chyba z teplotní komezace	2,2 μm
Limitní hodnota ukazatele vhodnosti procesu měření Q_{MP}	30 %

Způsobilost měřicího systému

Vliv (zdroj nejistoty)	Symbol	Typ	u
Rozlišení	u_{RE}	B	0,000 028 9
Kalibrace	u_{CAL}	B	0,000 90
Opakovatelnost na etalonu	u_{EVR}	A	0,000 189
Linearita	u_{LIN}	B	0
Bias (vychýlení)	u_{BI}	A	0,001 21
Snímač/snímání	$u_{MS-REST}$	B	0,000 462

$$u_{MS} = \sqrt{u_{CAL}^2 + u_{LIN}^2 + u_{BI}^2 + u_{EV}^2 + u_{MS-REST}^2}, \quad u_{EV} = \max\{u_{EVR}, u_{RE}\}$$

$$Q_{MS} = \frac{2 \cdot U_{MS}}{U - L} \cdot 100 \text{ (%)}, \quad C_{MS} = \frac{0,3 \cdot (U - L)}{6u_{MS}}$$

Měřicí systém	u_{MS}	0,001 59
Ukazatel vhodnosti	Q_{MS}	12,69 %
Ukazatel způsobilosti	C_{MS}	1,574

Způsobilost měřicího procesu

Vliv (zdroj nejistoty)	Symbol	Typ	u
Rozlišení	u_{RE}	B	0,000 028 9
Kalibrace	u_{CAL}	B	0,000 90
Opakovatelnost na etalonu	u_{EVR}	A	0,000 189
Linearita	u_{LIN}	B	0
Bias (vychýlení)	u_{BI}	A	0,001 21
Snímač/snímání	$u_{MS-REST}$	B	0,000 462
Opakovatelnost na objektu měření	u_{EVO}	A	0,000 121
Reprodukovatelnost měřicích míst	u_{GV}	A	0,001 07
Interakce	u_{IA}	A	0,000 218
Teplota	u_T	B	0,001 26
Diference z teplotní korekce	u_{REST}	B	0,001 27

$$u_{MP} = \sqrt{u_{CAL}^2 + u_{LIN}^2 + u_{BI}^2 + u_{EV}^2 + u_{MS-REST}^2 + u_{AV}^2 + u_{GV}^2 + u_{STAB}^2 + u_{OBJ}^2 + u_T^2 + u_{REST}^2 + \sum_i u_{IAi}^2}, \quad u_{EV} = \max\{u_{EVR}, u_{EVO}, u_{RE}\}$$

$$Q_{MP} = \frac{2 \cdot U_{MP}}{U - L} \cdot 100 (\%)$$

$$C_{MP} = \frac{0,3 \cdot (U - L)}{3u_{MP}}$$

Měřicí proces	U_{MP}	0,002 63
Ukazatel vhodnosti	Q_{MP}	21,04 %
Ukazatel způsobilosti	C_{MP}	1,901

Experimentální vyhodnocení u_{BI} a u_{EVR}

Opakovaná měření na jednom etalonu (7.1.2.1)

(nejméně 30 hodnot, 25 hodnot podle VDA 5)

x_m jmenovitá hodnota etalonu

\bar{x}_g průměr měření

s_g výběrová směrodatná odchylka měření

strannost (vychýlení, bias)

$$u_{BI} = \frac{|\bar{x}_g - x_m|}{\sqrt{3}}$$

opakovatelnost $u_{EVR} = s_g$

$$u_{EVR} = s_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_g)^2}{n-1}}$$

Pozn.: Významnost vychýlení lze testovat pomocí t-testu

Experimentální vyhodnocení u_{BI} a u_{EVR}

Opakovaná měření na třech etalonech (VDA 5)

(na každém etalonu nejméně 10 hodnot)

strannost (vychýlení, bias)

$u_{BI1}, u_{BI2}, u_{BI2}$

opakovatelnost $u_{EVR} = s_g$

$u_{EVR1}, u_{EVR2}, u_{EVR2}$

$u_{BI} = \max \{u_{BI1}, u_{BI2}, u_{BI2}\}$

$u_{EVR} = \max \{u_{EVR1}, u_{EVR2}, u_{EVR2}\}$

odpadá výpočet linearity (je obsažena v max. odchylce),
položí se $u_{LIN} = 0$ (viz případ 1 v tab. 4)

Experimentální vyhodnocení u_{LIN} (u_{BI} , u_{EVR})

Regresní analýza

- a) u_{LIN} odvozená z rozdílu strannosti na pracovním rozsahu měřidla (intervalu měření)
- b) u_{LIN} odvozená ze složky reziduálního rozptylu (nedostatek shody), zároveň se určí u_{EVR} (čistá chyba)

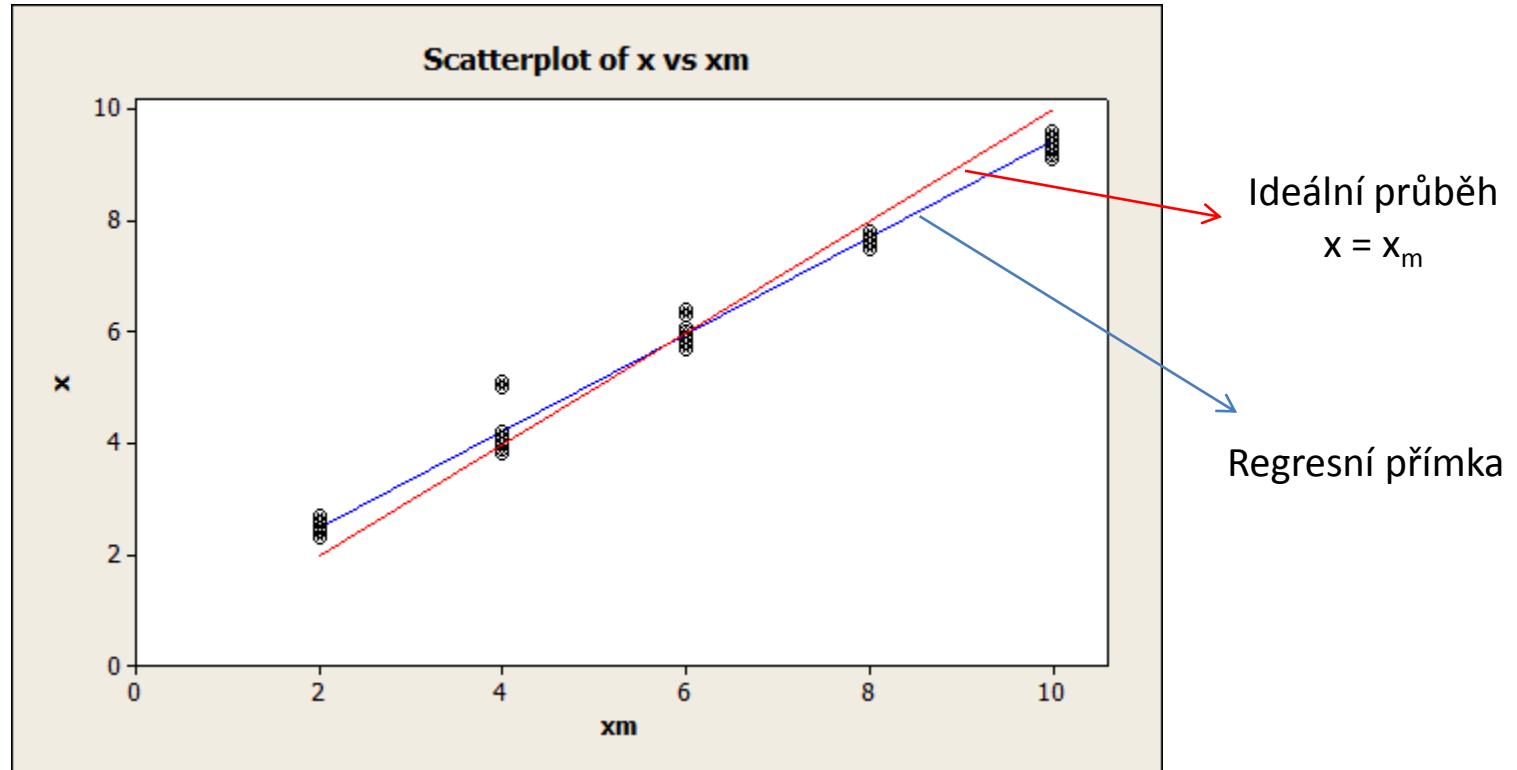
Podmínka:

opakovaná měření na nejméně třech etalonech nebo referenčních dílech (celkem nejméně 30 hodnot) pokrývajících interval měření

Předpoklady použití (viz 7.1.3.2)

konstantní rozptyl, nezávislost, normalita, lineární regresní funkce

Příklad (5 etalonů, jediný operátor)



		Naměřené hodnoty na etalonech x											
i	x_m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2,0	2,7	2,5	2,4	2,5	2,7	2,3	2,5	2,5	2,4	2,4	2,6	2,4
2	4,0	5,1	3,9	4,2	5,0	3,8	3,9	3,9	3,9	3,9	4,0	4,1	3,8
3	6,0	5,8	5,7	5,9	5,9	6,0	6,1	6,0	6,1	6,4	6,3	6,0	6,1
4	8,0	7,6	7,7	7,8	7,7	7,8	7,8	7,8	7,7	7,8	7,5	7,6	7,7
5	10,0	9,1	9,3	9,5	9,3	9,4	9,5	9,5	9,5	9,6	9,2	9,3	9,4

Postup a)

Závislost odchylky od referenční hodnoty $y = x - x_m$ na referenčních hodnotách x_m

Model přímky $y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_{ij}$

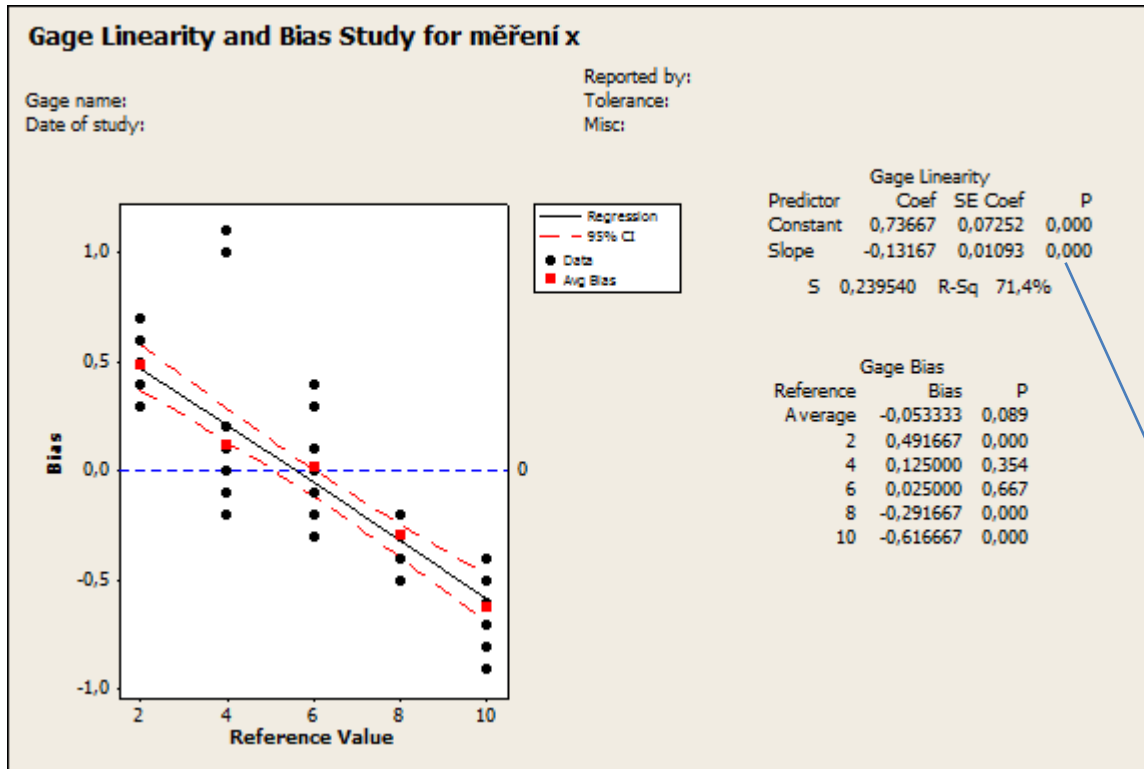
Střední hodnota $E(y_{ij})$ vyjadřuje strannost v bodě x_i

Vyrovnané hodnoty v krajních bodech intervalu měření – strannost v krajních bodech, rozdíl stranností = $2a$

Nejistota linearity (předpoklad rovnoměrného rozdělení odchylek)

$$u_{LIN} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Výstup Minitab



$$\hat{y} = 0,7367 - 0,1317x_m$$

Ideální průběh $y = 0$
 Významnost linearit ve smyslu
 rozdílné strannosti lze testovat
 pomocí t-testu
 R-hodnota menší než 0,05
 znamená problém s linearitou

Pro interval měření 2 až 10

Krajní bod	\hat{y}
2	0,4733
10	-0,5803

$$2a = 0,4733 - (-0,5803) = 1,0536$$

$$u_{LIN} = \frac{1,0536}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0,304$$

Zjednodušený výpočet

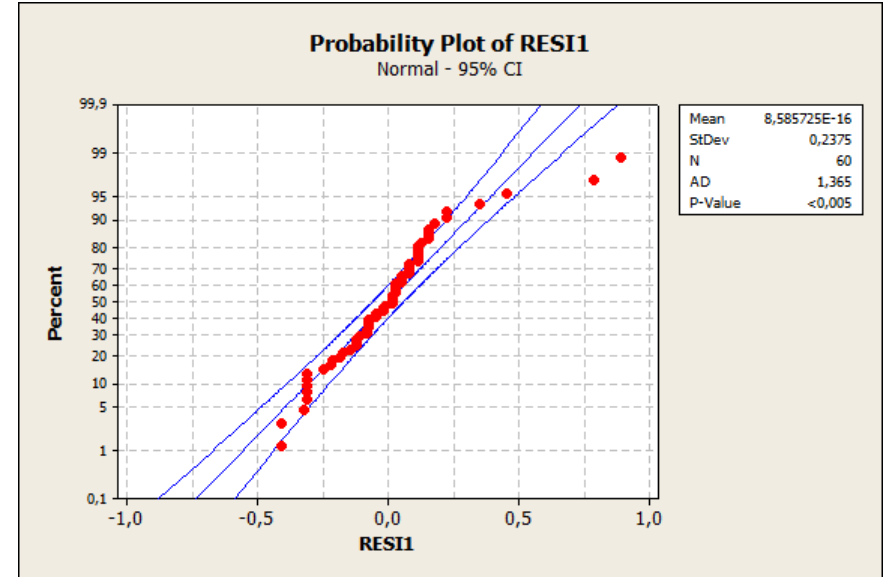
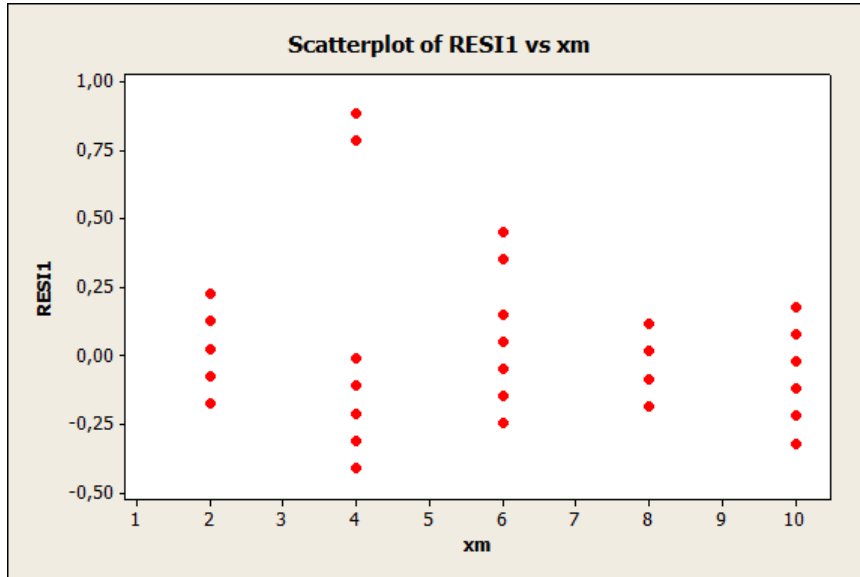
Bez použití regresní analýzy

Položí se $u_{\text{LIN}} = 0$, určí se u_{BI} jako maximální vychýlení

x_m	$\bar{x}_g - x_m$
2	0,49
4	0,12
6	0,02
8	-0,29
10	-0,62

$$u_{\text{BI}} = \frac{|\bar{x}_g - x_m|}{\sqrt{3}} = \frac{0,62}{\sqrt{3}} = 0,356, \quad u_{\text{LIN}} = 0$$

Ověření předpokladů (Minitab)



Rezidua $e = x - \hat{x}$ nebo $e = y - \hat{y}$

konstantní rozptyl + linearita závislosti x na x_m : graf reziduí e v závislosti na x_m (rezidua by měla náhodně kolísat kolem 0; dvě měření pro $x_m = 4$ jsou odlehlá)

nekorelovanost: pomocí Durbin-Watsonova testu (hodnoty statistiky kolem 2 znamenají splnění předpokladu, zde $DW = 1,82593$)

normalita: pravděpodobnostní graf (body by měly ležet v přímce), test normality (p-hodnota by měla být větší než 0,05 – zde není splněno)

linearita závislosti x na x_m : lack-of-fit test (test dobré shody, viz postup b)

Postup b)

Rozklad reziduálního rozptylu z modelu závislosti x na x_m
nebo y na x_m

Regresní analýza

rozklad $SS_y = SS_{\text{model}} + SS_{\text{rez}}$

Test nedostatku shody

rozklad $SS_{\text{rez}} = SS_{\text{LF}} + SS_{\text{PE}}$

nedostatek shody + čistá chyba

H_0 : regresní přímka je vhodným modelem

Pokud je p-hodnota větší než 0,05, nezamítá se

$$u_{\text{LIN}}^2 = MS_{\text{LF}} = \frac{SS_{\text{LF}}}{\text{počet etalonů} - 2}$$

$$u_{\text{EVR}}^2 = MS_{\text{PE}} = \frac{SS_{\text{PE}}}{\text{počet měření} - \text{počet etalonů}}$$

Výstup Minitab

The regression equation is
 $y = 0,737 - 0,132 \text{ xm}$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	0,73667	0,07252	10,16	0,000
xm	-0,13167	0,01093	-12,04	0,000

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	8,3213	8,3213	145,02	0,000
Residual Error	58	3,3280	0,0574		
Lack of Fit	3	0,1880	0,0627	1,10	0,358
Pure Error	55	3,1400	0,0571		
Total	59	11,6493			

Ověření lineární závislosti
(test nedostatku shody)

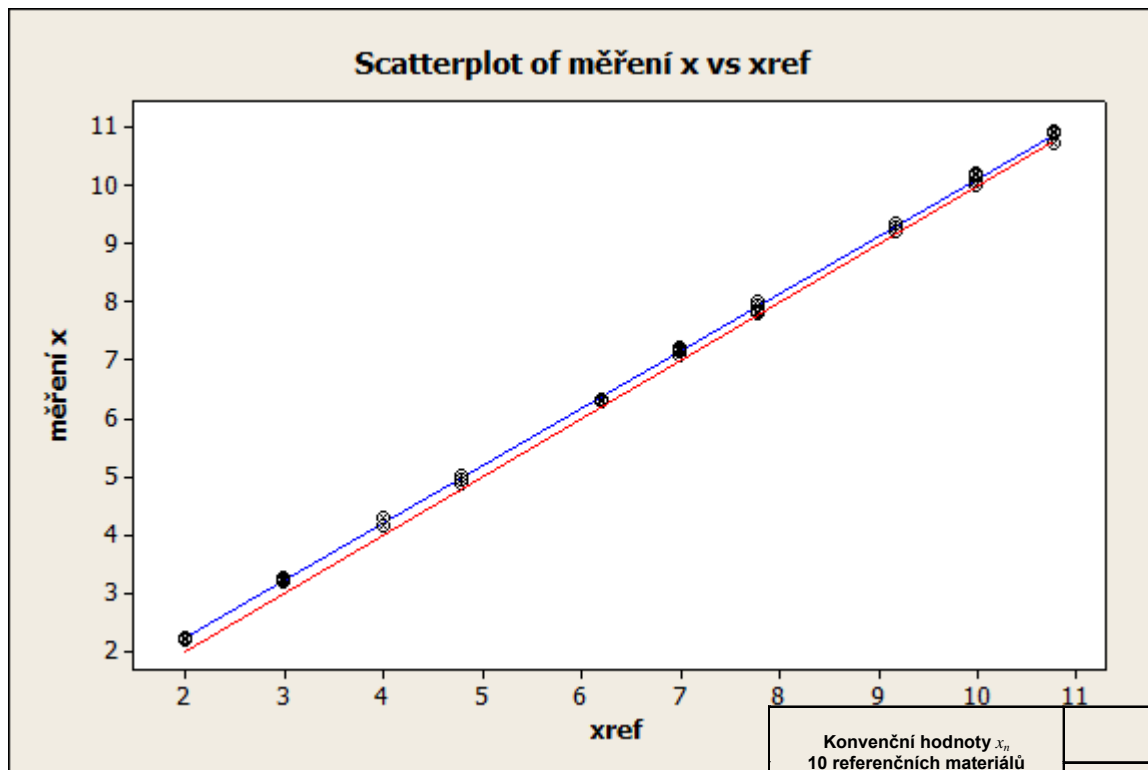
u_{LIN}^2

u_{EVR}^2

$u_{\text{LIN}} = 0,250$

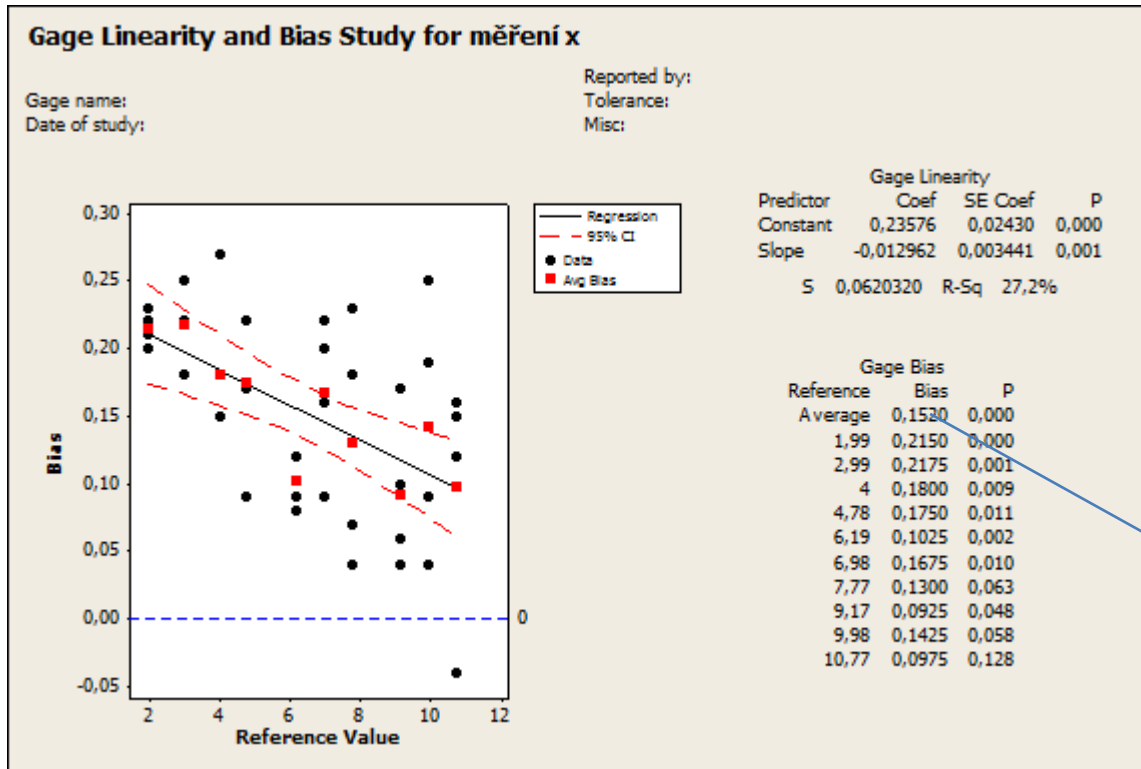
$u_{\text{EVR}} = 0,239$

Příklad z normy, tab. A.1 (10 referenčních dílů, jediný operátor)



Konvenční hodnoty x_n 10 referenčních materiálů	Hodnoty y_{nj} z $K = 4$ měření opakovatelnosti na $N = 10$ referenčních materiálech			
	y_{n1}	y_{n2}	y_{n3}	y_{n4}
6,19	6,31	6,27	6,31	6,28
9,17	9,27	9,21	9,34	9,23
1,99	2,21	2,19	2,22	2,20
7,77	8,00	7,81	7,95	7,84
4,00	4,27	4,15	4,15	4,15
10,77	10,93	10,73	10,92	10,89
4,78	4,95	4,87	5,00	5,00
2,99	3,24	3,17	3,21	3,21
6,98	7,14	7,07	7,18	7,20
9,98	10,23	10,02	10,07	10,17

Postup a), výstup Minitab



$$\hat{y} = 0,2358 - 0,0130x$$

Zde je nutno uvažovat jak vychýlení, tak linearitu

Průměrné vychýlení

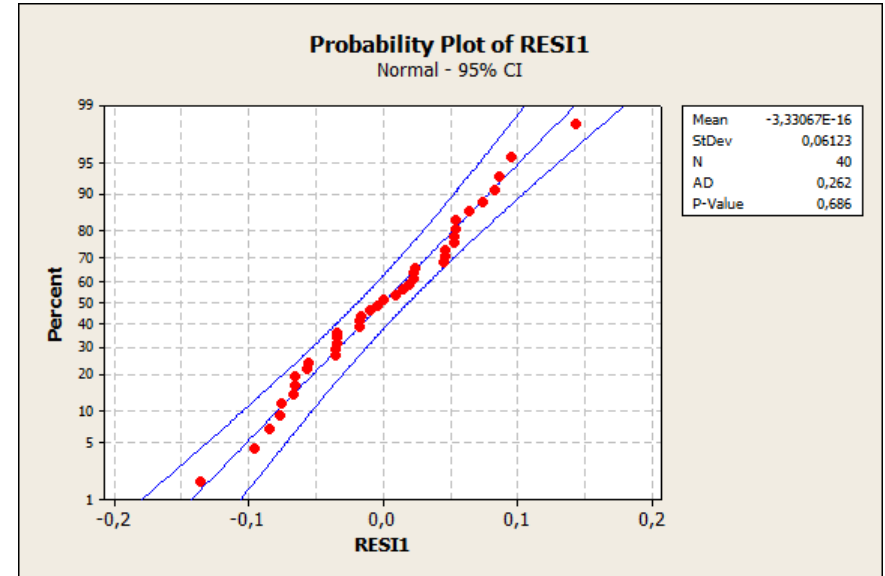
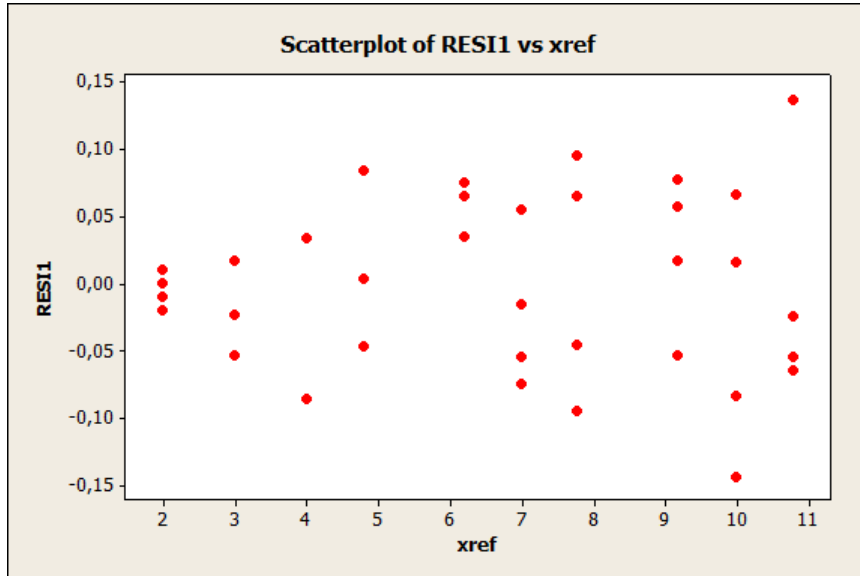
Předpokládá se rozsah měření 0,5 až 12

Krajní bod	\hat{y}
0,5	0,2293
12,0	0,0798

$$2a = 0,2293 - 0,0798 = 0,1495$$

$$u_{LIN} = \frac{0,1495}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0,043$$

Ověření předpokladů (Minitab)



Poznámka: zjednodušený výpočet

$$u_{BI} = \frac{|\bar{x}_g - x_m|}{\sqrt{3}} = \frac{0,2175}{\sqrt{3}} = 0,1256, \quad u_{LIN} = 0$$

Postup b), výstup Minitab

The regression equation is
 $y = 0,236 - 0,0130 \text{ xref}$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	0,23576	0,02430	-9,70	0,000
xref	-0,012962	0,003441	3,77	0,001

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0,054617	0,054617	14,19	0,001
Residual Error	38	0,146223	0,003848		
Lack of Fit	8	0,022773	0,002847	0,69	0,696
Pure Error	30	0,123450	0,004115		
Total	39	0,200840			

$$u_{\text{LIN}} = \sqrt{0,002847} = 0,0534$$

$$u_{\text{EVR}} = \sqrt{0,004115} = 0,0641$$

Nejistota procesu měření (7.2.2)

- V experimentu se střídají operátoři, měření probíhá na různých dílech, opakovaně
- Reprodukovatelnost operátora - kolísání vlivem operátorů u_{EVO}
- Interakce operátora a dílu (nemusí existovat) u_{IA}
- Opakovatelnost – kolísání hodnot při opakování zkoušek za stejných podmínek u_{EVR}

- Alternativa: jeden operátor používá různé měřicí systémy
- Reprodukovatelnost měřicího systému - kolísání vlivem různých měřicích systémů u_{GV}

Analýza R&R

Pro analýzu se má použít alespoň 5 součástí a buď

- nejméně 3 operátoři a nejméně 2 opakovaná měření, nebo
- nejméně 2 operátoři a nejméně 3 opakovaná měření.

Rozklad celkové variability

ANOVA

faktory: operátor (počet I)
 díl (počet J)

Počet opakování r

model s dvěma faktory a interakcí (s náhodnými efekty)

$$\text{var}(x_{ijk}) = \sigma_{AV}^2 + \sigma_{PV}^2 + \sigma_{IA}^2 + \sigma_{EV0}^2$$

ANOVA

<i>Zdroj</i>	<i>Součet čtverců</i>	<i>St. vol. df</i>	<i>Průměrný čtverec</i>	<i>F</i>	<i>P-hodnota</i>
Operátor	SS_{AV}	I-1	$MS_{AV} = SS_{AV}/df$		
Díl	SS_{PV}	J-1	$MS_{PV} = SS_{PV}/df$		
Interakce	SS_{IA}	(I-1)(J-1)	$MS_{IA} = SS_{IA}/df$		
Reziduální	SS_{EVO}	IJ(r-1)	$MS_{EVO} = SS_{EVO}/df$		
Celkový	SS_{TOT}	IJr-1			

$$\hat{\sigma}_{AV}^2 = \frac{MS_{AV} - MS_{IA}}{Jr}$$

reprodukovatelnost

$$u_{AV} = \sqrt{\hat{\sigma}_{AV}^2}$$

$$\hat{\sigma}_{IA}^2 = \frac{MS_{IA} - MS_{EVO}}{r}$$

interakce

$$u_{IA} = \sqrt{\hat{\sigma}_{IA}^2}$$

$$\hat{\sigma}_{EVO}^2 = MS_{EVO}$$

opakovatelnost

$$u_{EVO} = \sqrt{\hat{\sigma}_{EVO}^2}$$

Příklad (VDA 5)

3 operátoři, 10 dílů, 2 opakování

Díl	O1		O2		O3	
	Měř. 1	Měř. 2	Měř. 1	Měř. 2	Měř. 1	Měř. 2
1	6,029	6,030	6,033	6,032	6,031	6,030
2	6,019	6,020	6,020	6,019	6,020	6,020
3	6,004	6,003	6,007	6,007	6,010	6,006
4	5,982	5,982	5,985	5,986	5,984	5,984
5	6,009	6,009	6,014	6,014	6,015	6,014
6	5,971	5,972	5,973	5,972	5,975	5,974
7	5,995	5,997	5,997	5,996	5,995	5,994
8	6,014	6,018	6,019	6,015	6,016	6,015
9	5,985	5,987	5,987	5,986	5,987	5,986
10	6,024	6,028	6,029	6,025	6,026	6,025

Výstup Minitab

Gage R&R Study - ANOVA Method

Two-Way ANOVA Table With Interaction

Source	DF	SS	MS	F	P
díl	9	0,0205865	0,0022874	679,796	0,000
operátor	2	0,0000394	0,0000197	5,860	0,011
díl * operátor	18	0,0000606	0,0000034	1,923	0,055
Repeatability	30	0,0000525	0,0000018		
Total	59	0,0207390			

Alpha to remove interaction term = 0,25



P-hodnota menší než 0,25, efekt interakce se v modelu ponechá

Výstup Minitab - pokračování

Gage R&R

Source	VarComp	%Contribution (of VarComp)
Total Gage R&R	0,0000034	0,88
Repeatability	0,0000018	0,46
Reproducibility	0,0000016	0,42
operátor	0,0000008	0,21
operátor*díl	0,0000008	0,21
Part-To-Part	0,0003807	99,12
Total Variation	0,0003840	100,00

Opakovatelnost u_{EVO}

Reprodukovatelnost
operátora u_{AV}

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 * SD)	%Study Var (%SV)
Total Gage R&R	0,0018371	0,011023	9,37
Repeatability	0,0013229	0,007937	6,75
Reproducibility	0,0012748	0,007649	6,50
operátor	0,0009042	0,005425	4,61
operátor*díl	0,0008986	0,005391	4,59
Part-To-Part	0,0195108	0,117065	99,56
Total Variation	0,0195971	0,117582	100,00

Interakce u_{IA}

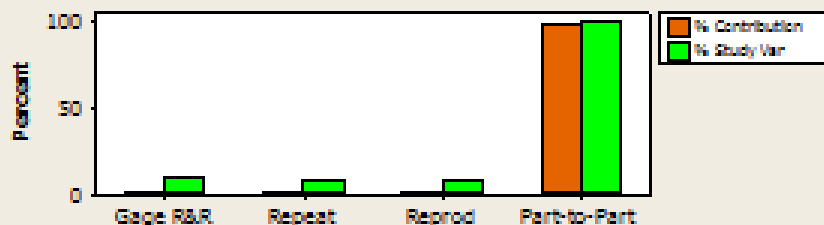
Výstup Minitab - pokračování

Gage R&R (ANOVA) for měření x

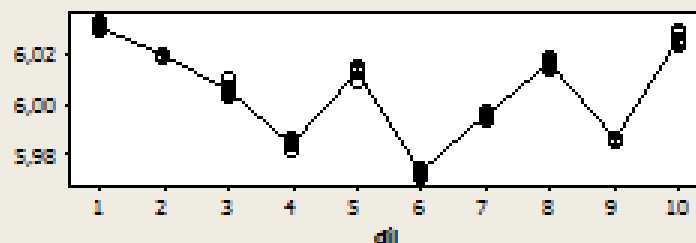
Gage name:
Date of study:

Reported by:
Tolerance:
Misc:

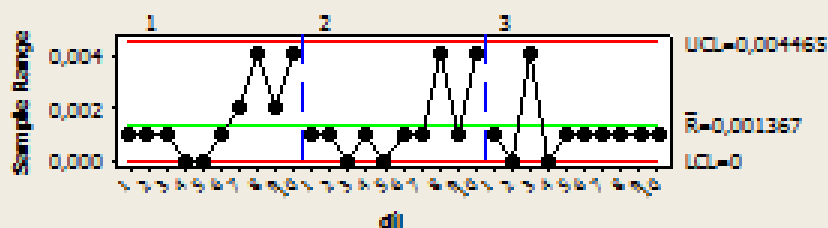
Components of Variation



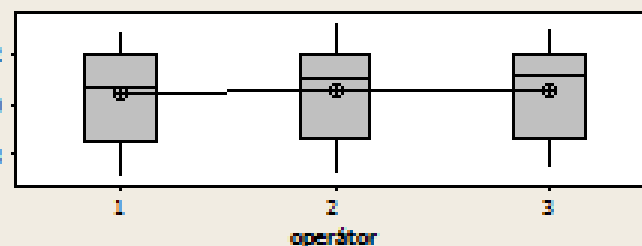
měření x by díl



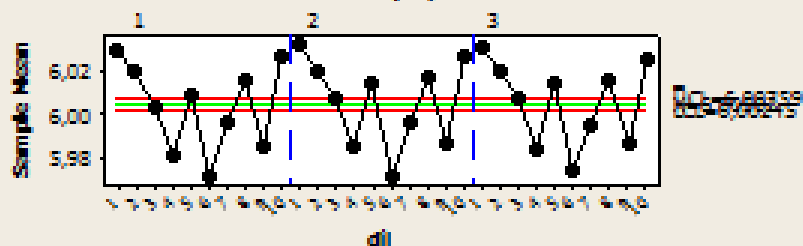
R Chart by operátor



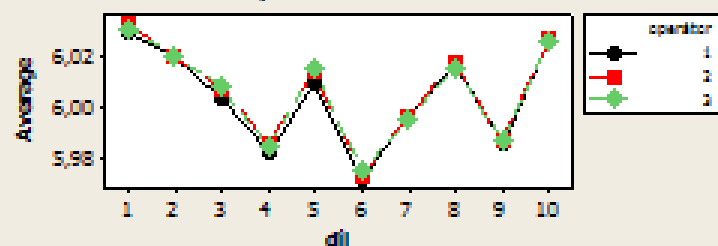
měření x by operátor



Xbar Chart by operátor



díl * operátor Interaction



Příklad (norma, tab. A.4)

Gage R&R Study - ANOVA Method

Two-Way ANOVA Table With Interaction

10 dílů
3 operátoři
3 opakování

Source	DF	SS	MS	F	P
díl	9	526,877	58,5419	1536,23	0,000
operátor	2	0,519	0,2595	6,81	0,006
díl * operátor	18	0,686	0,0381	1,19	0,296
Repeatability	60	1,917	0,0320		
Total	89	530,000			

Interakce nevýznamná

$$u_{IA} = 0$$

Alpha to remove interaction term = 0,25

Two-Way ANOVA Table Without Interaction

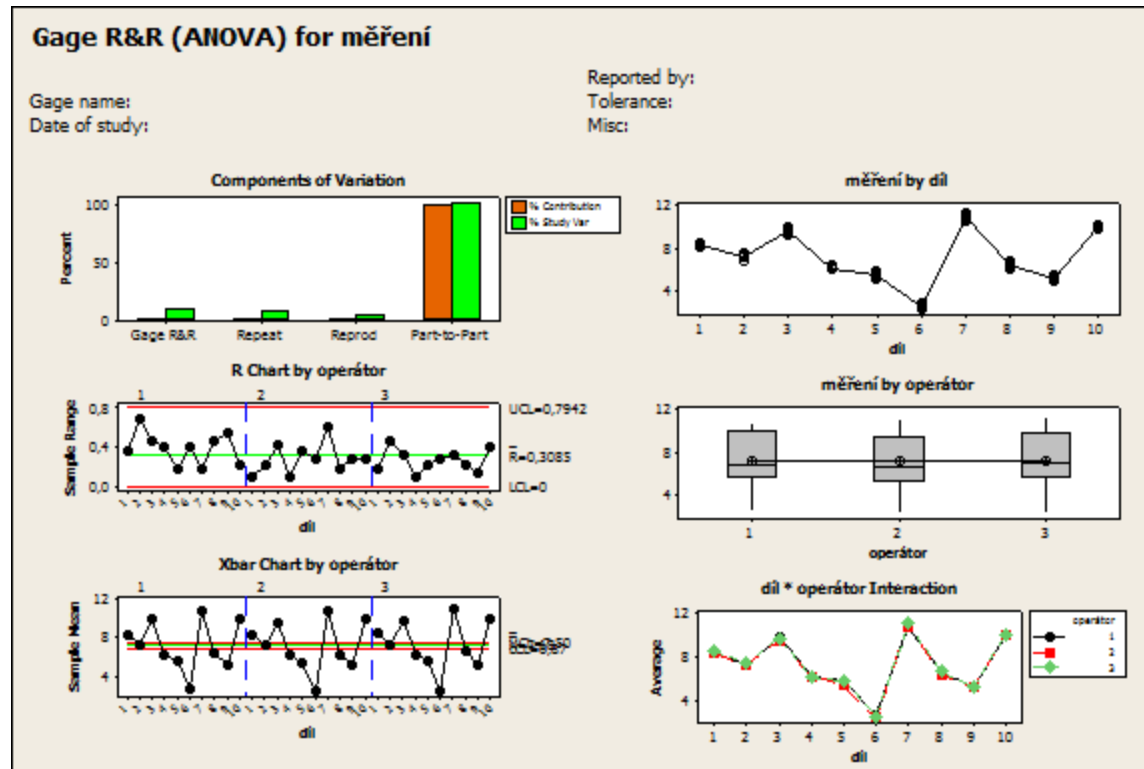
Source	DF	SS	MS	F	P
díl	9	526,877	58,5419	1754,09	0,000
operátor	2	0,519	0,2595	7,78	0,001
Repeatability	78	2,603	0,0334		
Total	89	530,000			

Gage R&R

Source	VarComp	%Contribution (of VarComp)	
Total Gage R&R	0,04091	0,63	u_{EVO}
Repeatability	0,03337	0,51	
Reproducibility operator	0,00754	0,12	
Part-To-Part	6,50095	99,37	u_{AV}
Total Variation	6,54187	100,00	

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 * SD)	%Study Var (%SV)
Total Gage R&R	0,20227	1,2136	7,91
Repeatability	0,18269	1,0961	7,14
Reproducibility operator	0,08682	0,5209	3,39
Part-To-Part	2,54970	15,2982	99,69
Total Variation	2,55771	15,3462	100,00

Grafický výstup Minitab



Rozšířený experiment (VDA 5)

Rozklad celkové variability

ANOVA

faktory: operátor (I)
 díl (J)
 měřicí místo (K)

Počet opakování (r)

model se třemi faktory a interakcemi (s náhodnými efekty)

$$\text{var}(x_{ijk}) = \sigma_{AV}^2 + \sigma_{PV}^2 + \sigma_{OBJ}^2 + \sigma_{IA1}^2 + \dots + \sigma_{EVO}^2$$



vliv objektu měření

Rozšířený experiment

<i>Zdroj</i>	<i>Rozptyl</i>	<i>Označení</i>	<i>EMS (střední hodnota průměrného čtverce)</i>
Operátor	σ_{AV}^2	(1)	(7) + J(5) + K(4) + JK(1)
Díl	σ_{PV}^2	(2)	(7) + I(6) + K(4) + IK(2)
Místo	σ_{OBJ}^2	(3)	(7) + I(6) + J(5) + IJ(3)
Operátor*díl	σ_{IA1}^2	(4)	(7) + K(4)
Operátor*místo	σ_{IA2}^2	(5)	(7) + J(5)
Díl*místo	σ_{IA3}^2	(6)	(7) + I(6)
Reziduální	σ_{EVO}^2	(7)	(7)

Jednotlivé rozptyly se odhadnou z rovnice $MS = EMS$

Střední hodnota průměrného čtverce EMS se položí rovna hodnotě průměrného čtverce MS v tabulce ANOVA